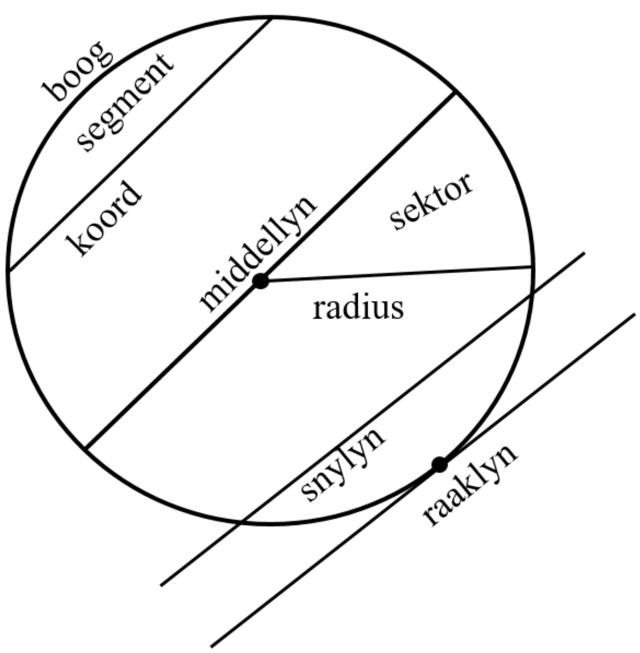
VAK en GRAAD	**WISKUNDE Gr 11**	
KWARTAAL 1	*Week 5*	
ONDERWERP	**EUKLIDIESE MEETKUNDE LES 1**	
DOEL VAN LES	*Noem en bewys van die stellings by sirkel meetkunde.* • Die loodlyn uit die middelpunt van 'n sirkel na 'n koord, halveer die koord. • Die lynsegment wat die middelpunt van die sirkel met die middelpunt van die koord verbind, is loodreg op die koord..	
BRONNE	***Papiergebaseerde bronne***	***Digitale bronne***
	Verwys na jou handboek se hoofstuk oor Euklidiese Meetkunde.	*Koorde- Lyn vanaf middelpunt van sirkel loodreg op 'n koord en omgekeerde. (Stellings en tipiese voorbeelde)* *https://www.youtube.com/watch?v=pu5ifoP4JHk*

INLEIDING

• **Euklidiese meetkunde is** die studie van vlakke en soliede figure deur middel van aksiomas en stellings wat deur die Griekse wiskundige **Euklides** (300 VC) gebruik is.

BASIESE SIRKEL TERMINOLOGIE



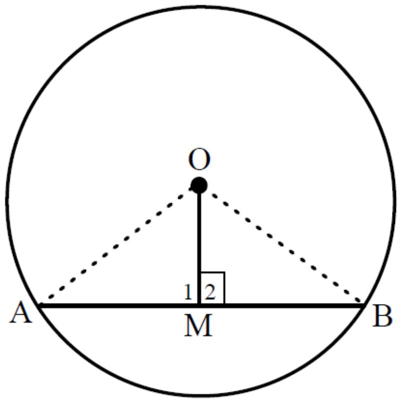
Radius:
'n Lyn vanaf die middelpunt na enige punt op die omtrek van die sirkel.

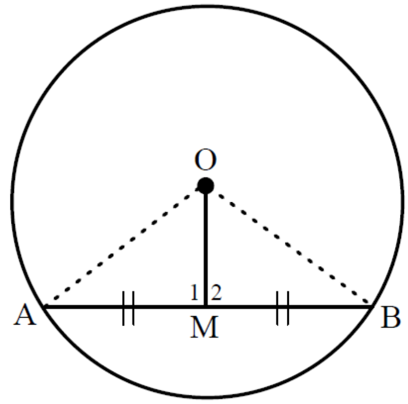
Middellyn:
'n Lyn wat deur die middelpunt gaan.
Dit is twee keer die lengte van die radius.

Koord:
'n Lyn met eindpunte op die omtrek van die sirkel.

Snylyn:
'n Lyn wat 'n sirkel by twee punte sny.

Raaklyn:
'n Lyn wat 'n sirkel by slegs een punt raak.

<table>
<tr><td colspan="3">KONSEPTE EN VAARDIGHEDE</td></tr>
<tr><td colspan="2">STELLING 1
Die loodlyn uit die middelpunt van ‘n sirkel na ‘n koord, halveer die koord


As OM ⊥ AB, dan is AM = MB</td><td>OMGEKEERDE VAN STELLING 1
Die lynsegment wat die middelpunt van die sirkel met die middelpunt van die koord verbind, is loodreg op die koord..


As AM = MB, dan is OM ⊥ AB</td></tr>
<tr><td>Aanvaarbare REDE indien die STELLING in ‘n eksamen gebruik word:</td><td>Loodlyn uit midpt ⊙ na koord</td><td>Middelpunt ⊙ ; Middelpunt koord</td></tr>
<tr><td>BEWYS VAN STELLINGS</td><td>Gegee:
Sirkel met middelpunt O en
OM ⊥ AB.

Te bewys: AM = MB

Konstruksie: Verbind OA en OB

Bewys:
In Δ OAM en Δ OBM:

(i) OA = OB — radius
(ii) $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 90°$ — gegee
(iii) OM = OM — gemeenskaplik
∴ Δ OAM ≡ Δ OBM — (90° $Sk\ S$))
∴ AM = MB</td><td>Gegee:
Sirkel met middelpunt O.
M is ‘n punt op koord AB sodat AM = MB.

Te bewys: OM ⊥ AB

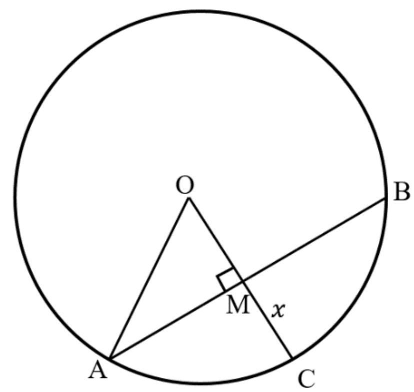
Konstruksie: Verbind OA en OB

Bewys:
In Δ OAM en Δ OBM:

(i) OA = OB — radius
(ii) AM = BM — gegee
(iii) OM = OM — gemeenskaplik
∴ Δ OAM ≡ Δ OBM — (SSS)
∴ $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 90°$ — $\angle e$ op ‘n reguitlyn</td></tr>
</table>

VOORBEELD 1

In die diagram is O die middelpunt van die sirkel, OM $\perp$ AB en AB $= 8\ cm$. Die radius van die sirkel is 5 cm.
Bereken die lengte van MC (x).



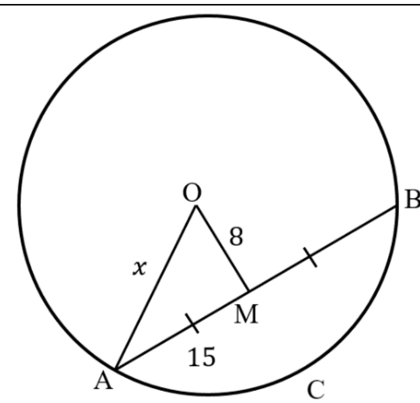
ANTWOORD:

Bewering	***Rede***
AM=MB= 4	Loodlyn uit midpt ⊙ na koord
$OM^2 = OA^2 - AM^2$ $OM^2 = (5)^2 - (4)^2$ $OM^2 = 9$ $OM = 3$	Pythagoras
$OC = OM + x$ $5 = 3 + x$ $\therefore x = 2$	OC= radius

VOORBEELD 2 – KAN JY?

In die diagram is:

O die middelpunt van die sirkel, AM=MB= 15 eenhede en OM $= 8\ units$. Bereken die radius van die sirkel (x).



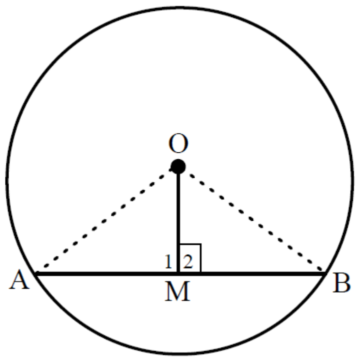
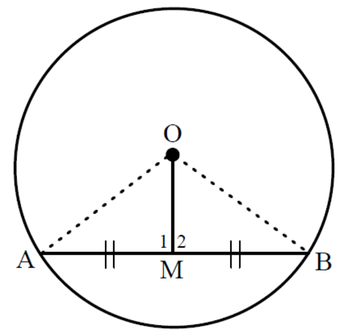
ANTWOORD:

Bewering	***Rede***
$O\hat{M}A = 90°$	Middelpunt ⊙ ; middelpunt koord
$OA^2 = OM^2 + AM^2$ $OA^2 = (8)^2 + (15)^2$ $OA^2 = 289$ $OA = 17$ = radius	Pythagoras

AKTIWITEITE/ ASSESSERING	MIND ACTION SERIES (Mei 2012 uitgawe) Hoofstuk 8 bl 214 Oefening 1	WISKUNDE IN DIE KLASKAMER p 256 Oefening 10.1	VIA AFRICA Hoofstuk 8 p 209 Oefening 1

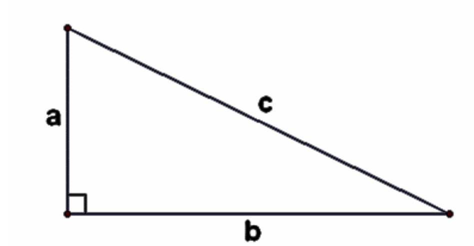
KONSOLIDASIE

- *Ken en verstaan die bewoording van die stelling(s).*
- *Leer die korrekte bewoording van die redes vir die Stelling(s).*

	
Loodlyn uit midpt ⊙ na koord	***Middelpunt ⊙ ; Middelpunt koord***

- *Onthou om Pythagoras te gebruik as jy hierdie stelling(s) sien.*

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Meetkunde is meer kreatief as analities, en leerders bemeester moeilik die oorgang van Algebra na Meetkunde.. Daar word van hulle verwag om hulle ruimtelike en logiese vaardighede te gebruik in plaas van die analitiese vaardighede wat by Algebra gebruik word. Met genoeg oefening ***KAN JY DIT DOEN!***

WAARDES

EUKLIDES

- Gebore 325 V.C.
- Griekse Wiskundige en vader van Euklidiese Meetkunde.
- Ontwikkel wiskundige bewystegnieke soos wat ons dit vandag ken.

<table>
<tr><td>VAK EN GRAAD</td><td colspan="2">WISKUNDE Gr 11</td></tr>
<tr><td>KWARTAAL 1</td><td colspan="2">Week 5</td></tr>
<tr><td>ONDERWERP</td><td colspan="2">EUKLIDIESE MEETKUNDE</td></tr>
<tr><td>DOEL VAN LES</td><td colspan="2">Noem en bewys van die stellings by sirkel meetkunde

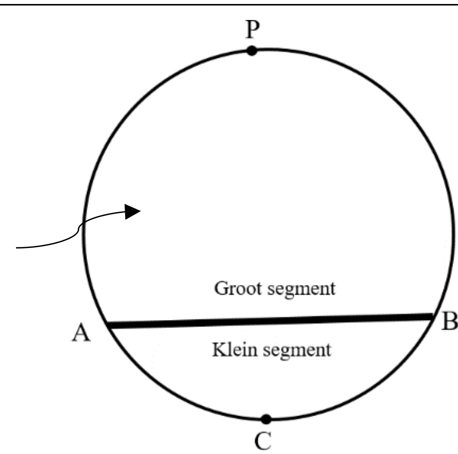
In hierdie les gaan ons kyk na TWEE stellings wat betrekking het op die MIDDELPUNTSHOEK van ‘n sirkel:
• Die middelpuntshoek is twee keer die grootte van die omtrekshoek.
• Die hoek in ‘n semi-sirkel is ‘n regte hoek.
Asook TWEE stellings wat betrekking het op omtrekshoeke wat deur DIESELFDE OF GELYKE KOORDE onderspan word:
• Hoeke in dieselfde sirkelsegment is gelyk.
• Gelyke koorde onderspan gelyke hoeke op die omtrek van sirkel</td></tr>
<tr><td rowspan="2">BRONNE</td><td>Papiergebaseerde bronne</td><td>Digitale bronne</td></tr>
<tr><td>Verwys na jou handbook se hoofstuk oor Euklidiese Meetkunde.</td><td>Hoek in semi-sirkel:
https://www.youtube.com/watch?v=tjdq5_HumKU
middelpuntshoek is twee maal die omtrekshoek:
https://www.youtube.com/watch?v=HOCofVaJx-c

Algemeen:
https://www.youtube.com/watch?v=KT2Kt7dfy00</td></tr>
<tr><td colspan="3">INLEIDING</td></tr>
</table>

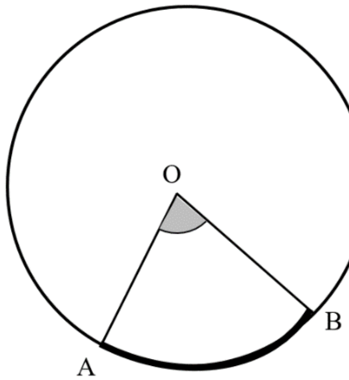
BASIESE SIRKEL TERMINOLOGIE

- **Semi-sirkel (halwe sirkel):** die helfte van ‘n sirkel; die boog strek van een punt van middellyn tot by die ander punt.

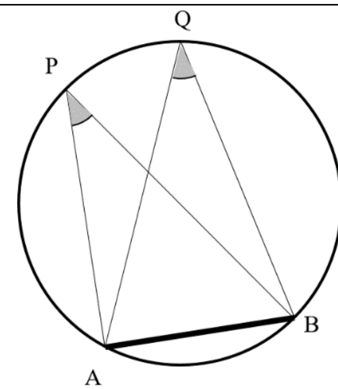
- **Segment** van ‘n sirkel is die area tussen die koord en die ooreenstemmende boog wat tussen die koord se eindpunte lê.



- **Onderspan**: In meetkunde word ‘n hoek onderspan deur ‘n boog, lynstuk of enige deel van ‘n kurwe, indien sy twee bene deur die eindpunte van daardie boog, lynstuk of deel van die kurwe gaan.



$A\hat{O}B$ *word* ***onderspan*** *deur* ***boog*** *AB*



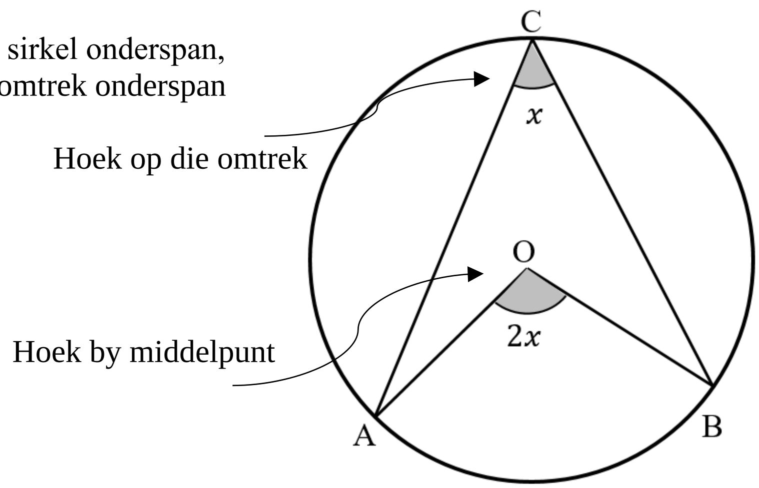
$\hat{P}$ *en* $\hat{Q}$ *word* ***onderspan*** *deur* ***koord*** *AB*

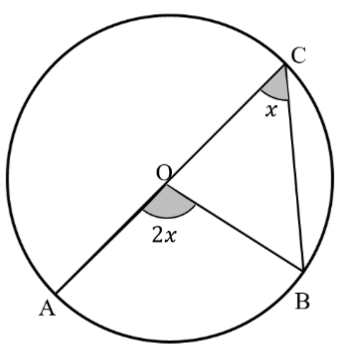
KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

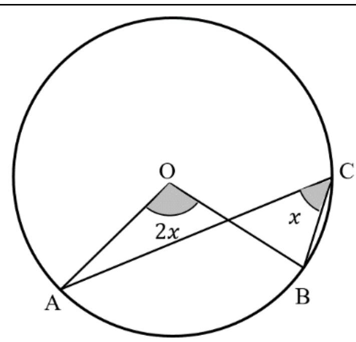
STELLING 2

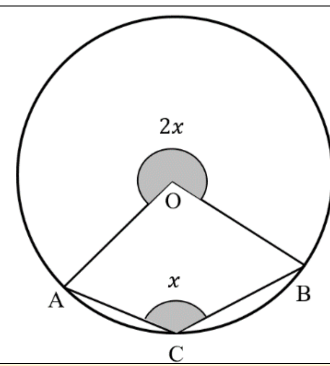
Die hoek wat ‘n koord by die middelpunt van ‘n sirkel onderspan, is dubbel die hoek wat dit by enige punt op die omtrek onderspan

$A\hat{O}B = 2 \times \hat{C}$

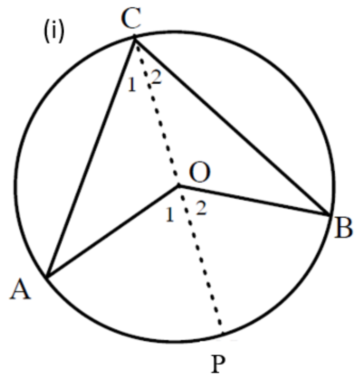
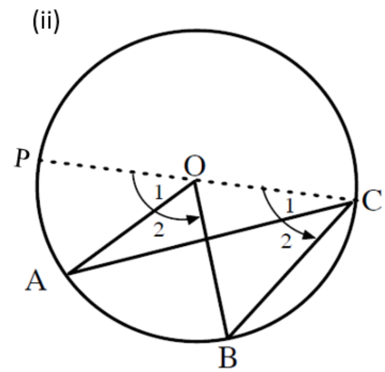








Aanvaarbare REDE indien die STELLING in ‘n eksamen gebruik word:	**Middelpunts ∠ $= 2 \times$ Omtreks ∠**

<table>
<tr>
<td rowspan="3">BEWYS VAN STELLINGS</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Gegee: Sirkel met ‘n middelpunt O en A, B en C is punte op die omtrek van die sirkel.

Te bewys: $A\hat{O}B = 2 \times A\hat{C}B$

Konstruksie: Verbind CO en verleng na P.</td>
</tr>
<tr>
<td>Bewys: (i)
Stel $\widehat{C_1} = x$ en $\widehat{C_2} = y$

$\widehat{C_1} = \hat{A} = x$ ∠e teenoor gelyke radiusse

$\widehat{O_1} = \widehat{C_1} + \hat{A} = 2x$ Buite ∠ van ΔOAC

Netso, in Δ OCB:
$\widehat{O_2} = \widehat{C_2} + \hat{B} = 2y$

$\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 2x + 2y$
$= \mathbf{2}(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y})$
$= \mathbf{2}\ (\widehat{C_1} + \widehat{C_2})$
$\therefore A\hat{O}B = 2 \times A\hat{C}B$</td>
<td>Bewys: (ii)
Stel $\widehat{C_1} = x$ and $\widehat{C_2} = y$

$\widehat{C_1} = \hat{A} = x$ ∠e teenoor gelyke radiusse

$\widehat{O_1} = \widehat{C_1} + \hat{A} = 2x$ Buite ∠ van ΔOAC

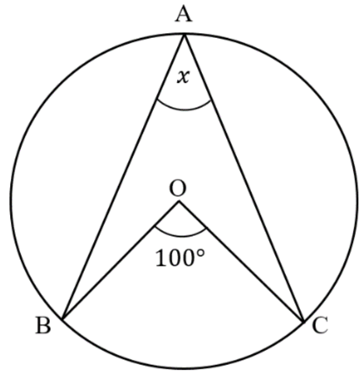
Netso, in Δ OCB:
$\widehat{O_2} = \widehat{C_2} + \hat{B} = 2y$

$\widehat{O_2} - \widehat{O_1} = 2y - 2x$
$= \mathbf{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x})$
$= \mathbf{2}\ (\widehat{C_2} - \widehat{C_1})$
$\therefore A\hat{O}B = 2 \times A\hat{C}B$</td>
</tr>
</table>

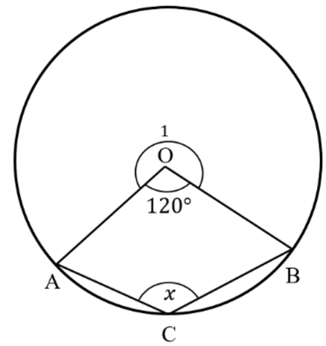
VOORBEELD 1

In die volgende diagramme is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal, met redes, die waarde van x.

1.1



1.2



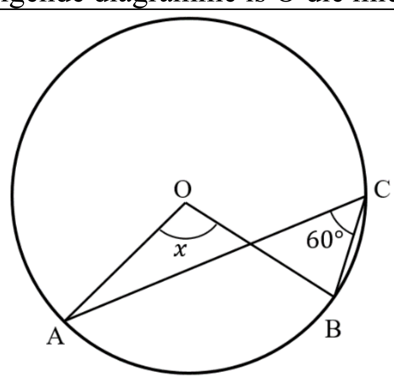
ANTWOORD:

Bewering	*Rede*
1.1 $x = 50°$	Middelpunts ∠ = 2 × Omtreks ∠
1.2 $\widehat{O_1} = 240°$	omwenteling
$x = 120°$	Middelpunts ∠ = 2 × Omtreks ∠

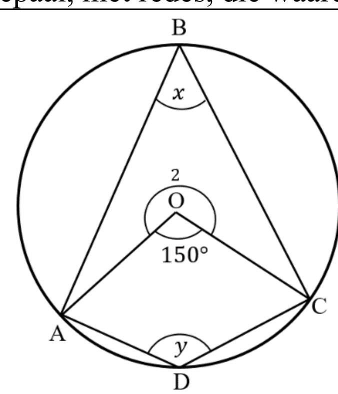
VOORBEELD 2 – KAN JY?

In die volgende diagramme is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal, met redes, die waarde van x en y.

2.1



2.2



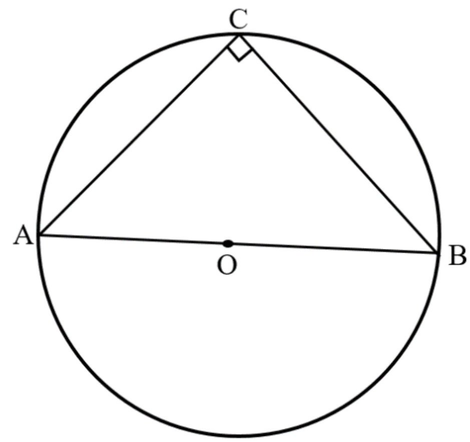
ANTWOORD:

Bewering	*Rede*
2.1 $x = 120°$	Middelpunts ∠ = 2 × Omtreks ∠
2.2 $x = 75°$	Middelpunts ∠ = 2 × Omtreks ∠
$\widehat{O_2} = 210°$	Omwenteling
$y = 105°$	Middelpunts ∠ = 2 × Omtreks ∠

STELLING 3

Die hoek wat deur die middellyn van ‘n sirkel onderspan word, is ‘n regte hoek. (Die hoek in ‘n semi-sirkel is 90°.)

Jy hoef nie die bewys van hierdie stelling vir eksamendoeleindes te ken nie, maar ek is seker jy kan dink aan een....



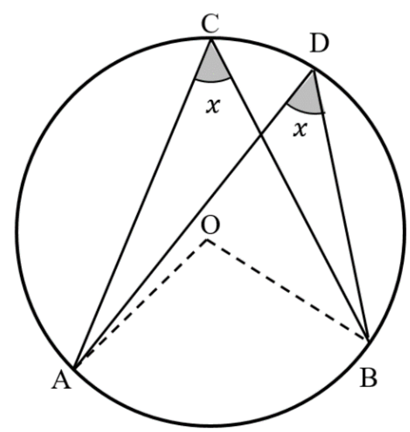
Indien AB ‘n middellyn is, dan sal $\hat{C} = 90°$

Aanvaarbare REDE indien die STELLING in ‘n eksamen gebruik word:	**$\angle$ in semi−sirkel**

STELLING 4

‘n Boog of koord onderspan gelyke hoeke op die omtrek van die sirkel. (Hoeke, in dieselfde segment, op die omtrek van die sirkel wat deur dieselfde boog of koord onderspan word, is gelyk.)

Jy hoef nie die bewys van hierdie stelling vir eksamendoeleindes te ken nie, maar ek is seker jy kan dink aan een...

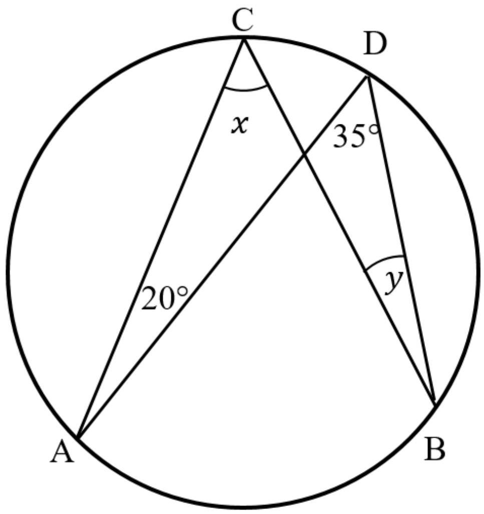


Die hoeke op die omtrek $\hat{C} = \hat{D}$, want albei word onderspan deur boog AB.

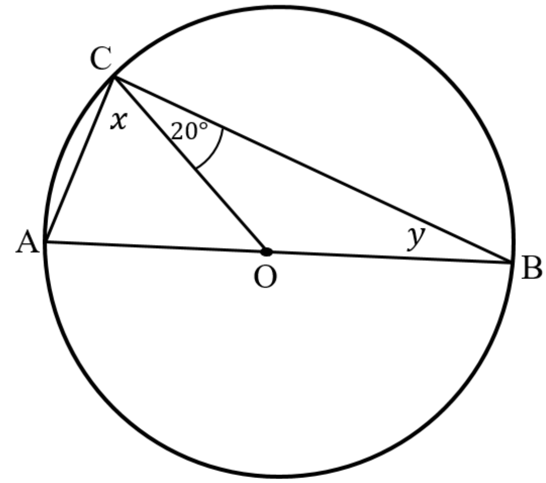
Aanvaarbare REDE indien die STELLING in ‘n eksamen gebruik word:	**$\angle$e in dieselfde sirkelsegment**

VOORBEELD 3
In die volgende diagramme is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal, met redes, die waarde van x en y.

3.1



3.2



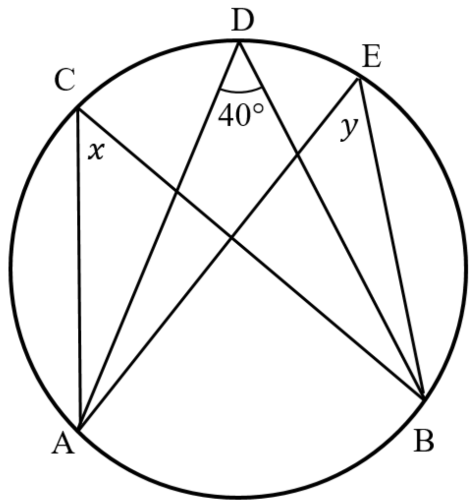
ANTWOORD:

Bewering	***Rede***
3.1 $x = 35°$	∠e in dieselfde sirkelsegment
$y = 20°$	∠e in dieselfde sirkelsegment
3.2 $x = 70°$	∠ in semi−sirkel
$y = 20°$	∠e teenoor gelyke radiusse

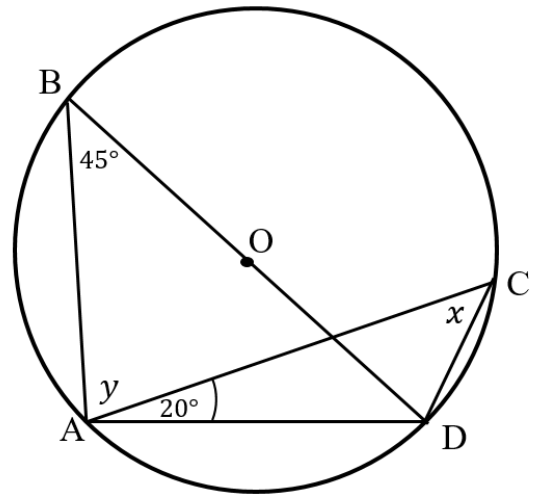
VOORBEELD 4 – KAN JY?

In die volgende diagramme is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal, met redes, die waarde van x en y.

4.1



4.2



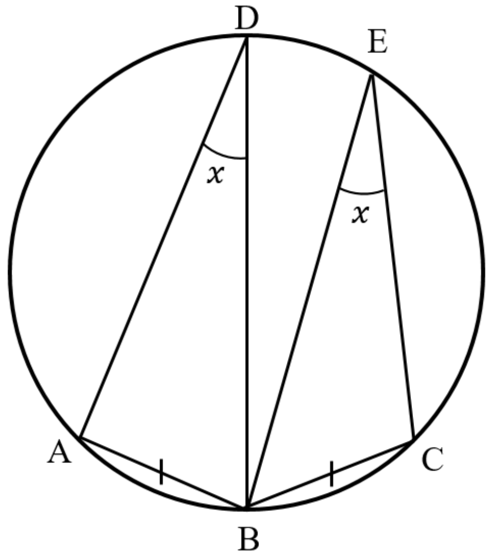
ANTWOORD:

Bewering	***Rede***
4.1 $x = 40°$	$\angle$e in dieselfde sirkelsegment
$y = 40°$	$\angle$e in dieselfde sirkelsegment
4.2 $x = 45°$	$\angle$e in dieselfde sirkelsegment
$y = 70°$	$\angle$ in semi−sirkel

STELLING 5

Gelyke koorde onderspan gelyke hoeke by die omtrek van ‘n sirkel.

Jy hoef nie die bewys van hierdie stelling vir eksamendoeleindes te ken nie.



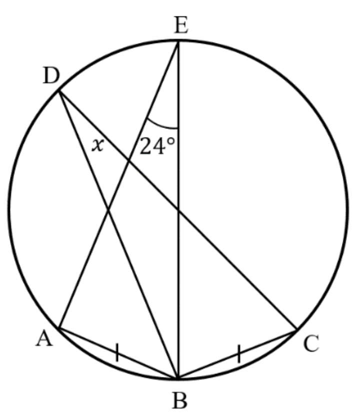
Indien AB=BC dan is $\hat{D} = \hat{E}$

Aanvaarbare REDE indien die STELLING in ‘n eksamen gebruik word:	**Gelyke koorde; gelyke ∠e**

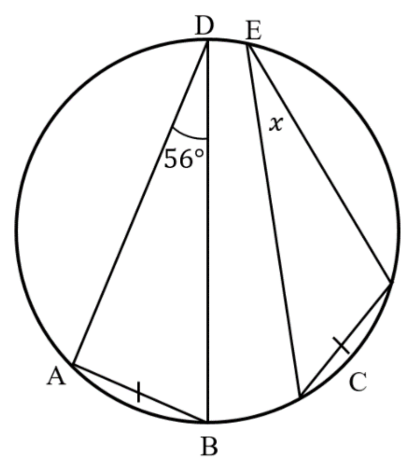
VOORBEELD 5

Bepaal, met redes, die waarde van x.

5.1



5.2 – KAN JY?



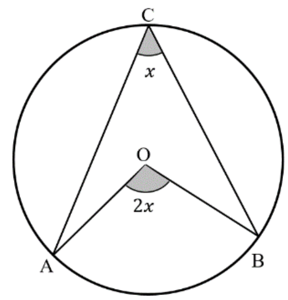
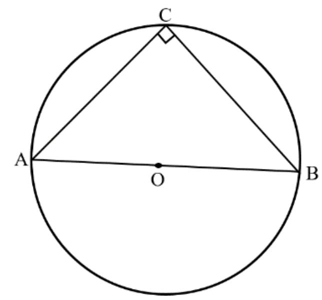
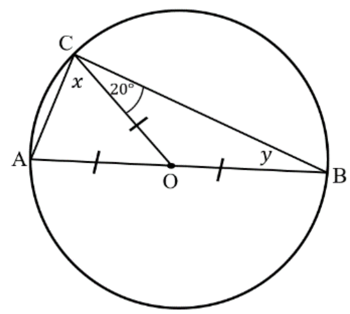
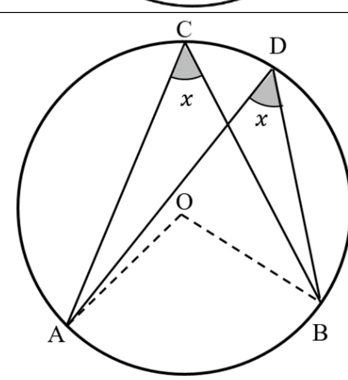
ANTWOORD:

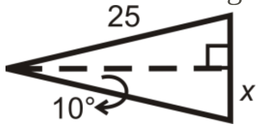
Bewering	***Rede***
5.1 $x = 24°$	Gelyke koorde ; gelyke ∠e
5.2 $x = 56°$	Gelyke koorde ; gelyke ∠e

AKTIWITEITE/ ASSESSERING	MIND ACTION SERIES (Mei 2012 uitgawe) Hoofstuk 8 • *p* 217 *Oefening* 2 • *p 221 Oefening* 3 • *p223 Oefening 4* • *p 225 Oefening 5*	WISKUNDE IN DIE KLASKAMER p 261 • Oefening 10.2	VIA AFRICA Hoofstuk 8 • *p* 211 Oefening 2 • *p* 214 Oefening 3

KONSOLIDASIE

- *Ken en verstaan die bewoording van die stelling(s).*
- *Leer die korrekte bewoording van die redes vir die Stelling(s).*

• *Indien die middelpunt van 'n sirkel gegee is, moet jy kyk vir HIERDIE stellings* →	
• *Onthou om alle radiusse te merk, want dit gee gelykbenige driehoeke waarmee jy kan werk..*	
• *Indien jy hoeke op die omtrek van die sirkel sien, moet jy onthou om al die hoeke wat deur die selfde boog onderspan word, te merk!*	

• *Meetkunde is meer kreatief as analities, en leerders bemeester moeilik die oorgang van Algebra na Meetkunde.. Daar word van hulle verwag om hulle ruimtelike en logiese vaardighede te gebruik in plaas van die analitiese vaardighede wat by Algebra gebruik word.* *Met genoeg oefening* ***KAN JY DIT DOEN!***	
WAARDES	Die Ferris wiel, hieronder, het ‘n radius van 25 voet en sitplekke wat eweredig gespasieërd is sodat dit ‘n **binnehoek** van 20° vorm. Omdat die hoek tussen die sitplekke 20∘ is, sal daar $\frac{360°}{20°}$ =18 sitplekke wees. Dit is belangrik dat die sitplekke eweredig gespasieër is om die regte balans te verseker. Om te bepaal hoe ver die aangrensende sitplekke van mekaar is, gebruik die driehoek aan regterkant. Ons sal sin moet gebruik en dan met 2 vermenigvuldig.  sin10°= $\frac{x}{25}$ $x = 4.3$ Die totale afstand tussen die sitplekke is 8.6 voet.  ***https://www.ck12.org/geometry/arcs-in-circles/lesson/Arcs-in-Circles-GEOM/***