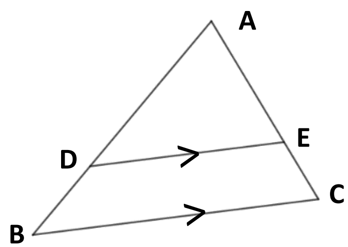
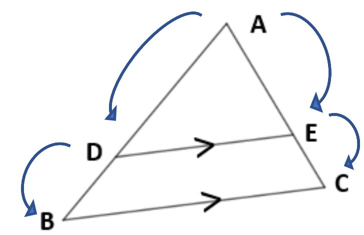
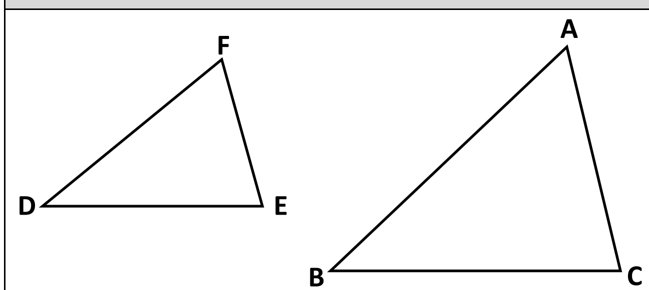
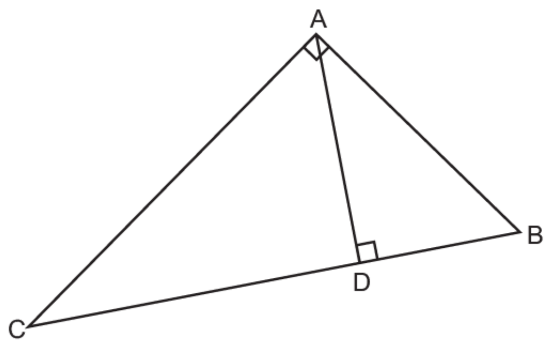
VAK EN GRAAD	Wiskunde Graad 12
KWARTAAL 1	Week 6
ONDERWERP	Euklidiese Meetkunde: Pythagoras Stelling en Gemengde Oefeninge
DOEL VAN LES	• Gebruik gelykvormigheid om die Stelling van Pythagoras te bewys • Toepassing van kennis om probleme op te los. • Toepassing van alle stelling
BRONNE	***Papier gebaseerde bronne*** Gaan na hierdie afdeling in jou handboek.

INLEIDING: Tot dusver behoort jy die volgende feite te ken

	As	dan
Stelling 1: Eweredigheid	 DE ∥ BC	 $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$
Stelling 2: Gelykvormigheid	 $\Delta\ FDE\ \vert\vert\vert\ \Delta\ ABC$	$\frac{DF}{AB}=\frac{FE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

KONSEPTE EN VAARDIGHEDED

Ons sal die bostaande vaardighede gebruik om die volgende te bewys:
Kom ons kyk na die volgende spesiale geval.



Hoeveel driehoeke is daar?
ΔABC; ΔABD en ΔADC

Wat is spesiaal in hierdie geval?

Die loodlyn vanuit die hoekpunt van die reghoekige hoek van die reghoekige driehoek op die skuinssy.

Kom ons kyk of hierdie driehoeke gelykvormig is.

In Δ ABC en ΔABD

1. $C\hat{A}B = A\hat{D}B$ [beide $= 90°$]
2. $\hat{B} = \hat{B}$ [gemeen]

$\therefore \Delta ABC \; ||| \; \Delta DBA$ [$\angle, \angle, \angle$]

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AD}$$

$\therefore AB^2 = BD.BC$

In Δ ABC en ΔDAC

1. $C\hat{A}B = A\hat{D}C$ [beide $= 90°$]
2. $\hat{C} = \hat{C}$ [gemeen]

$\therefore \Delta ABC \; ||| \; \Delta DCA$ [$\angle, \angle, \angle$]

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$$

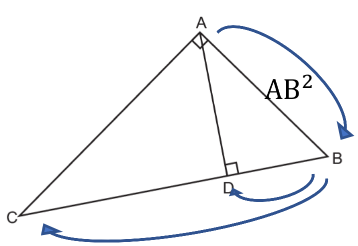
$\therefore AC^2 = BC \,.\, DC$

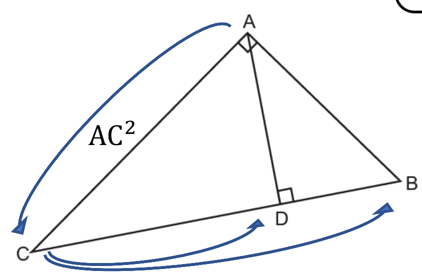
Δ ABD ||| ΔCAD [Beide ||| Δ ABC]

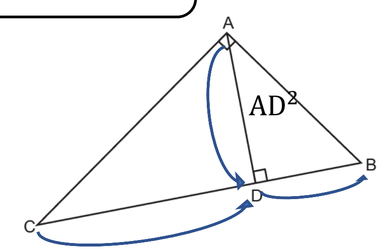
$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{DC}$$

$\therefore AD^2 = BD.DC$

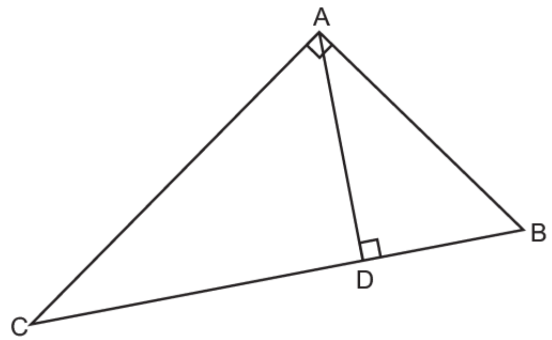
Besigtig die patrone wat gevorm word.







Met behulp van die bostaande kan ons die stelling van Pythagoras bewys.



Die stelling van Pythagoras:

Om te bewys:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

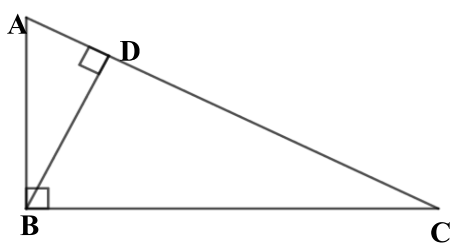
Gegee: Δ ABC met $\widehat{A} = 90°$, en $AD \perp BC$

Bewys:

$AB^2 = BC.BD$
$AC^2 = BC.CD$

$AB^2 + AC^2 = BC.BD + BC.CD$
$= BC(BD + CD)$
$= BC(BC)$
$= BC^2$

Voorbeeld 1:
In ΔABC is $BD \perp AC$ en $AB \perp BC$.



Voltooi die volgende:
(a) Δ ABD ||| Δ …… ||| Δ …….
(b) Voltooi dus die volgende:
$AB^2 =$
$BC^2 =$
$BD^2 =$
(c) As $DC = 6\ cm$ en $AB = 4\ cm$, bepaal die lengte van AD
(d) Vervolgens bepaal die lengte van BC.

Oplossing:

(a) Δ ABD ||| Δ ACB ||| Δ BCD

Die hoeke moet ooreenstem. Die regte hoek is die laaste letter in hierdie geval. **Dit vereenvoudig sake!**

(b) $AB^2 = AD.AC$
$BC^2 = CD.CA$
$BD^2 = AD.DC$

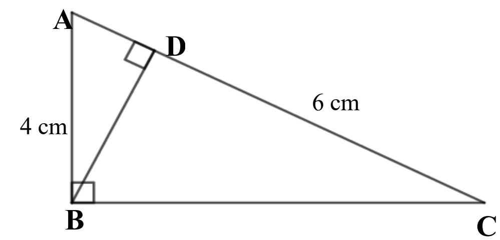
Δ **AB**D ||| Δ **A**C**B**

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

BC²?

Δ A**CB** ||| Δ **BC**D

(c)

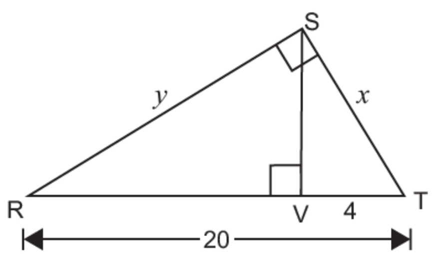


Stel $AD = x$ eenhede
$AB^2 = AD.AC$
$16\ cm^2 = x(x + 6)$
$36 = x^2 + 6x$
$x^2 + 6x - 36 = 0$
$(x + 8)(x - 2) = 0$
$x = -8 \ of\ x = 2$
$AD = 2\ cm$ **Lengte kan nie negatief wees nie.**

(d) $BC^2 = AC^2 - AB^2$ [Pyth]
$BC^2 = 8^2 - 4^2$
$BC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm

KAN JY?

1. Bepaal die waarde van x en y.

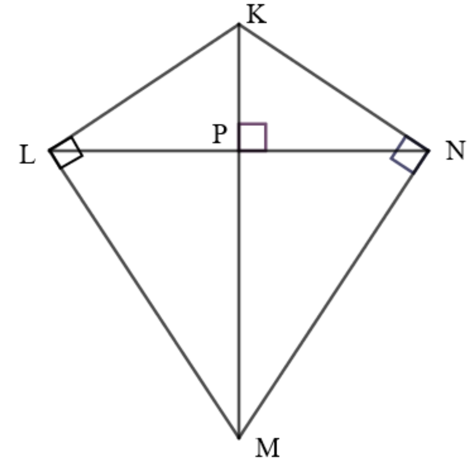


Oplossing:

$x = 4\sqrt{5}$

$y = 8\sqrt{5}$

2. In die meegaande diagram is KLMN is 'n vlieër met hoeklyne wat in P sny. $\hat{L} = \hat{N} = 90°$.



(a) Gee 'n rede waarom Δ KLP /// Δ KML.

(b) Voltooi die volgende:

$KL^2 = \ldots\ldots\ldots$

$LM^2 = \ldots\ldots\ldots$

$LP^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(c) Bewys dat:

$$\frac{PN^2}{KN^2} = \frac{MP}{MK}$$

(d) Bewys dat: $KL^2 - KP^2 = KP \times PM$

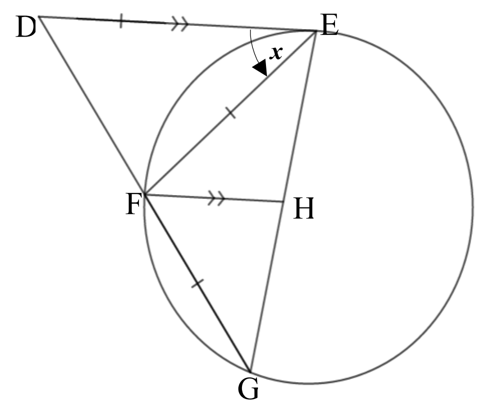
Tipiese eksamen vrae:
Ons gaan nou ALLE vorige stellings gebruik om probleme in verband met Eweredigheid en Gelykvormigheid op te los.

Voorbeeld 2:

In die diagram is DE is 'n raaklyn aan die sirkel by E en DFG is 'n reguitlyn.

DE = EF = FG en HF ∥ DE.

Dit word verder gegee dat $\frac{DF}{DE} = y$ is. Stel $D\hat{E}F = x$.



(a) Gee. Met redes, DRIE ander hoeke wat gelyk aan x is.

(b) Bewys dat:

(i) $\frac{EH}{HG} = y$

(ii) $\Delta DGE \parallel\!| \Delta DEF$

(iii) $DE^2 = DF.\ DG$

(iv) $y^2 + y = 1$

Oplossing:

(a)

$E\hat{F}H = x$ [verw.$\angle^e$; DE//FH]

$\hat{G} = x$ [tan- koord stelling]

$F\hat{E}G = \hat{G} = x$ [$\angle$ teenoor gelyke sye]

(b)

(i) $\frac{EH}{HG} = \frac{DF}{FG}$ [lyn // een sy van Δ]

$= \frac{DF}{DE}$ [FG = DE; gegee]

$= y$

(ii) In ΔDGE en ΔDEF

1. $\hat{D}$ is gemeen
2. $\hat{G} = D\hat{E}F = x$ [bewys]

$\therefore \Delta DGE \parallel\!| \Delta DEF$ [$\angle, \angle, \angle$]

(iii)

$\therefore \frac{DG}{DE} = \frac{GE}{EF} = \frac{DE}{DF}$ [ΔDGE ||| ΔDEF]

$\therefore DE^2 = DF\ .\ DG$

(iv)

$\frac{DE}{DF} = \frac{DG}{DE}$ [Vanaf (ii)]

$\frac{1}{y} = \frac{DF+FG}{DE}$ [$\frac{DF}{DE} = y \quad \therefore \frac{DE}{DF} = \frac{1}{y}$]

$= \frac{DF}{DE} + \frac{FG}{DE}$ [FG = DE]

$\therefore \quad \frac{1}{y} = y + 1$

$\therefore y^2 + y = 1$

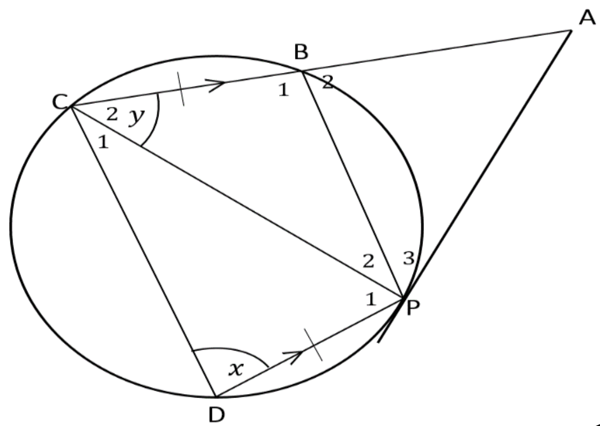
KAN JY?

3.

AP is ’n raaklyn aan die sirkel.

CB ∥ DP. OBA is ’n reguitlyn.

$\widehat{D} = x$ en $\widehat{C}_2 = y$.



Bewys met redes dat:

(a) $\Delta APC \,|||\, \Delta ABP$

(b) $AP^2 = AB \cdot AC$

(c) $\Delta APC \,|||\, \Delta CDP$

(d) $AP^2 + PC^2 = AC^2$

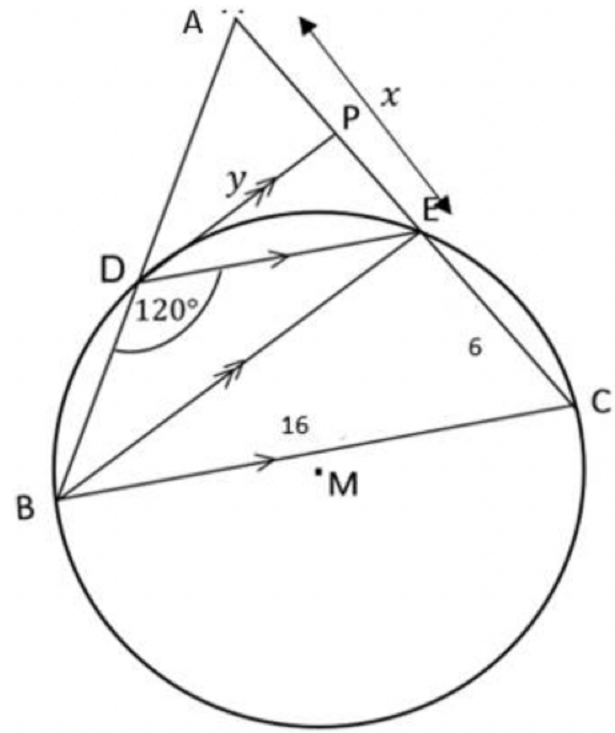
Wenk

Gebruik die informasie van (a) en (c) om (d) te beantwoord.

4. In die gegewe diagram is Δ ABC met punte D, P en E op AB en AC sodat DE ∥ BC en DP ∥ BE. DECB is 'n koordevierhoek met M die middelpunt van die sirkel.

Gegee: $B\widehat{D}E = 120°$, EC=6 *eenhede* , BC = 16 *eenhede* en $\frac{AD}{DB} = \frac{5}{3}$.

$DP = y$ en $AE = x$



Bepaal met redes:

(a) Die lengte van AE (x) $[\boldsymbol{x = 10}]$

(b) $\frac{\text{area van } \Delta \text{ AEB}}{\text{area van } \Delta \text{ ECB}}$ $\left[\frac{\textbf{area van } \Delta \textbf{ AEB}}{\textbf{area van } \Delta \textbf{ ECB}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}\right]$

(c) Bewys dat BE= 14 is.

(d) Bepaal die lengte van DP (y) $[\boldsymbol{y = 8,75}]$

AKTIWITEITE/ ASSESSERING

Mind Action Series	Platinum	Clever	Klaskamer Wiskunde	Siyavula
Oef: 8 Bladsy: 277	Oef: 5 Bladsy: 224	Oef:11.5 Bladsy: 303	Oef: 11.4; 11.8 Bladsy: 298	Oef: 8.9 Bladsy: 351

KONSOLIDASIE	• Ken jou stellings • Gebruik verskillende kleur penne om die gegewe inligting uit te lig • Die bewys van die stelling van Pythagoras is nie vir eksamen doeleindes nie. • Die Graad 11Meetkunde kan met hierdie stellings geïntegreer word.