



VAK en GRAAD	Wiskunde Graad 10	
KWARTAAL 1	Week 3: Algebraïese Uitdrukkings	
ONDERWERP	Algebraïese Breuke	
DOEL VAN LES	Om algebraïese breuke te vereenvoudig.	
HULPBRONNE	Papier gebaseerde bronne	Digitale bronne
	<i>Gaan asseblief na die gedeelte oor Algebraïese Breuke in jou Handboek.</i>	https://www.youtube.com/watch?v=OiBN-Xd2wek https://www.youtube.com/watch?v=IBQmyIIMko8 https://www.youtube.com/watch?v=2SSGrCzT4Y0 https://www.youtube.com/watch?v=uO-hCeFPXjo
INLEIDING	In hierdie les gaan ons kyk na vereenvoudiging van algebraïese breuke. Dit sluit aan by werk oor breuke uit vorige grade en vorm 'n belangrike basis vir verdere studie in Wiskunde.	
KONSEPTE/ VAARDIGHEDE	<ul style="list-style-type: none"> • vereenvoudig breuke deur kansellering • vereenvoudig breuke deur eers te faktoreer • vermenigvuldiging/ deling van algebraïese breuke • optelling/ aftrekking van algebraïese breuke deur die KGV (kleinste gemene veelvoud) te gebruik 	
Les 1	Hersiening van Gr 9 Algebraïese Breuke	
Vereenvoudiging van breuke:	<p>NB! Ons kan SLEGS dieselfde term/hakie deel (kanselleer) as die teller EN noemer EENTERM (produk uitdrukking) is of as hulle uit dieselfde term(e) bestaan</p>	<p>KAN JY?</p> <p>Vereenvoudig die volgende uitdrukkings:</p>
Voorbeeld 1: $\frac{24}{36} = \frac{\cancel{12} \times 2}{\cancel{12} \times 3} = \frac{2}{3}$		1. $\frac{48}{42}$
Voorbeeld 2: $\frac{y^2}{y^3} = \frac{\cancel{y} \times \cancel{y}}{\cancel{y} \times y} = \frac{1}{y}$		2. $\frac{x^2 ya^3}{xy}$
Voorbeeld 3: $\frac{2(x+3)^2}{10(x+3)} = \frac{\cancel{2}(\cancel{x+3})(x+3)}{\cancel{2} \times 5(x+3)} = \frac{x+3}{5}$		3. $\frac{2x(2x-1)}{6x^2(2x-1)^3}$
Voorbeeld 4: $\frac{\cancel{2x+3}}{\cancel{2x+3}} = 1$	<p>Ons KAN NIE die 3 kanselleer nie, omdat die teller en noemer nie EENTERM is nie en/of die terme is nie dieselfde nie; Antwoord bly $\frac{2x+3}{x+3}$</p>	4. $\frac{x^2-x+3}{x^2-x+3}$
Voorbeeld 5: $\frac{2x+3}{x+3}$		5. $\frac{3x-2}{x-2}$
		6. $\frac{36a^2b^5}{6ab}$
		7. $\frac{63xy^2}{28x^3}$
		8. $\frac{3(-2x^2y)^3(xy^3)^2}{12x^7y^{10}}$

Voorbeeld 6: $\frac{12x^4y}{20xy^3} = \frac{4 \times 3x \cdot x^3y}{4 \times 5xy \cdot y^2}$

$$= \frac{3x^3}{5y^2}$$

Jy hoef nie hierdie stap te wys nie

Voorbeeld 7: $\frac{2(3x)^2(-xy)^3}{6x^5y^4} = \frac{2(3^2x^2)(-x^3y^3)}{6x^5y^4}$

$$\frac{-18x^5y^3}{6x^5y^4} = -\frac{3}{y}$$

Verwyder hakies deur eksponentwette te gebruik

Antwoorde:

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| 1. $\frac{8}{7}$ | 6. $6ab^4$ |
| 2. xa^3 | 7. $\frac{9y^2}{4x^2}$ |
| 3. $\frac{1}{3x(2x-1)^2}$ | 8. $\frac{-2x}{y}$ |
| 4. 1 | |
| 5. $\frac{3x-2}{x-2}$ | |

Les 2

Graad 10 Algebraïese Breuke waar tellers en/ of noemer gefaktoriseer moet word

Vereenvoudig die volgende:

Voorbeeld 1: $\frac{4x+6}{2}$

$$= \frac{\cancel{2}(2x+3)}{\cancel{2}}$$

$$= 2x + 3$$

Ons kan nie deel met **2** nie, omdat die teller nie 'n eenterm is nie. Om 'n veelterm (somuitdrukking) 'n eenterm (produktuitdrukking) te maak, moet ons **FAKTORISEER**

Voorbeeld 2: $\frac{3a^2+6a}{6a}$

$$= \frac{3a(a+2)}{6a} = \frac{a+2}{2}$$

Ons kan nie deel met **6a** nie, omdat die teller nie 'n eenterm is nie. Daarom moet ons die teller eers faktoriseer.

Voorbeeld 3: $\frac{2x^2-8}{x-2} = \frac{2(x^2-4)}{x-2}$

$$= \frac{2(x+2)(\cancel{x-2})}{(x-2)}$$

$$= 2(x+2)$$

Onthou? Kyk eers vir gemene faktor (GF). Indien 2 terme \Rightarrow kyk vir verskil tussen 2 vierkante, ens.

LET WEL: Ons kan **x - 2** in 'n hake sit, omdat daar nie ander terme in die noemer is nie.

Voorbeeld 3: $\frac{-18x-36}{6x^2-6x-36}$

$$= \frac{-18(x+2)}{6(x^2-x-6)} = \frac{-18(x+2)}{6(x-3)(x+2)} = \frac{-3}{x-3}$$

Weereens: Ons kan nie die **-3** kanselleer nie, omdat die noemer nie eenterm is nie; dit is dus in sy eenvoudigste vorm

KAN JY?

Vereenvoudig:

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1. $\frac{2m-4n+6p}{2}$ | 12. $\frac{x^3-y^3}{x^2-y^2}$ |
| 2. $\frac{x^2-2x}{2x}$ | 13. $\frac{x^2-2x+1}{2x}$ |
| 3. $\frac{(x-2)(3x-2)}{(x-2)}$ | |
| 4. $\frac{4x^3+4x^2+5x+5}{4x^2+5}$ | |
| 5. $\frac{(a+b)^2}{a^2+ab}$ | |
| 6. $\frac{a^2+a}{a^2+2a+1}$ | |
| 7. $\frac{mx-nx}{ny-my}$ | |
| 8. $\frac{3x^2-8x-3}{6x^2+2x}$ | |
| 9. $\frac{p^3+xp^2-y^2p-xy^2}{p^2+py+px+xy}$ | |
| 10. $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$ | |
| 11. $\frac{3x^2-6x+12}{x^3+8}$ | |

Antwoorde:

- | |
|--------------------------------------|
| 1. $m - 2n + 3p$ |
| 2. $\frac{x-2}{2}$ |
| 3. $3x - 2$ |
| 4. $x + 1$ |
| 5. $\frac{a+b}{a}$ |
| 6. $\frac{a}{a+1}$ |
| 7. $\frac{-x}{y}$ |
| 8. $\frac{x-3}{2x}$ |
| 9. $p - y$ |
| 10. $\frac{x+2}{x-2}$ |
| 11. $\frac{3}{x+2}$ |
| 12. $\frac{(x^2+xy+y^2)}{(x+y)}$ |
| 13. $\frac{x}{2} - 1 + \frac{1}{2x}$ |

Les 3

Vermenigvuldiging en Deling van Algebraïese Breuke

Reëls:

$$1. \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; b, d \neq 0$$

$$2. \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Vereenvoudig:

$$\begin{aligned} \text{Voorbeeld 1: } & \frac{a+b}{a-b} \times \frac{b-a}{a} \\ &= \frac{(a+b)}{(a-b)} \times \frac{-(a-b)}{a} \\ &= \frac{-(a+b)(a-b)}{a(a-b)} \\ &= -\frac{(a+b)}{a} \end{aligned}$$

Impak van \times en \div :

$$1. p \times q \div z = \frac{p}{1} \times \frac{q}{1} \times \frac{1}{z}$$

$$2. p \div q \times z = \frac{p}{1} \times \frac{1}{q} \times \frac{z}{1}$$

$$3. p \div q \div z = \frac{p}{1} \times \frac{1}{q} \times \frac{1}{z}$$

$$4. p \div (q+z) = p \times \frac{1}{(q+z)}$$

$$5. \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$6. b - a = -(a - b)$$

Reël 1: teller \times teller en noemer \times noemer

$$\begin{aligned} \text{Voorbeeld 2: } & \frac{2a^2-ab}{5} \times \frac{15}{(2a-b)} \\ &= \frac{a(2a-b)}{5} \times \frac{15}{(2a-b)} \\ &= \frac{15a(2a-b)}{5(2a-b)} = 3a \end{aligned}$$

\times en \div voeg terme saam as eenterm, daarom kan ons dieselfde term/ hakie in die teller en noemer kanselleer

$$\begin{aligned} \text{Voorbeeld 3: } & \frac{p^2-2p}{4} \div \frac{pq-2q}{8} \\ &= \frac{p^2-2p}{4} \times \frac{8}{pq-2q} \\ &= \frac{8(p^2-2p)}{4(pq-2q)} = \frac{8p(p-2)}{4q(p-2)} = \frac{2p}{q} \end{aligned}$$

Reël 2: As ons \div , \times ons die deeltal met die **vermenigvuldigingsinvers** van die deler, genome die **resiprook**.

$$\begin{aligned} \text{Voorbeeld 4: } & \frac{3x^2+3x}{8x^3+27} \div \frac{x+1}{2x^2+x-3} \times \frac{4x^2-6x+9}{x-1} \\ &= \frac{3x^2+3x}{8x^3+27} \times \frac{2x^2+x-3}{x+1} \times \frac{4x^2-6x+9}{x-1} \\ &= \frac{3x(x+1)}{(2x+3)(4x^2-6x+9)} \times \frac{(2x+3)(x-1)}{(x+1)} \times \frac{(4x^2-6x+9)}{(x-1)} = 3x \end{aligned}$$

KAN JY?

Vereenvoudig:

$$1. \frac{4a}{3xy} \div \frac{2a}{6x^2}$$

$$2. \frac{4ay}{3xy} \times \frac{2by}{6y^2} \div \frac{5ax}{9x^2y}$$

$$3. \frac{3(a-2)}{(a+2)} \div \frac{4a-8}{a^2-4}$$

$$4. \frac{2a-4+ab-2b}{ab+2a} \times \frac{1}{a^2-4}$$

$$5. \frac{x^2-3x}{4-x^2} \times \frac{x^2-2x}{x^2-2x-3}$$

$$6. \frac{p^2-4}{2p+1} \div \frac{p^2-2p}{2p^2-5p-3}$$

$$7. \frac{y^3-1}{3+2y-y^2} \times \frac{y^2-1}{y^2-2y+1}$$

$$8. \frac{b^2-a^2}{a^2-ab-2b^2} \div \frac{a^2-3ab+2b^2}{a^2-4ab+4b^2}$$

$$9. \frac{2x}{2x-6} \div \frac{2x^2+4x}{2x^2-18} \times \frac{x^2+4x+4}{x^2+5x+6}$$

Antwoorde:

$$1. \frac{4x}{y}$$

$$2. \frac{b}{5}$$

$$3. \frac{3(a-2)}{4}$$

$$4. \frac{1}{a(a+2)}$$

$$5. \frac{-x^2}{(x+2)(x+1)}$$

$$6. (p+2)(p-3)$$

$$7. \frac{-(y^2+y+1)}{(y-3)}$$

$$8. -1$$

$$9. 1$$

die **deeltal** (die getal waarin gedeel word)

die **deler** (die getal waarmee gedeel word)

$$\text{LET WEL: } 6x^2 \div 2x = 3x$$

die **kwosiënt** (die antwoord wanneer ons deel)

Les 4 + 5

Optelling en Aftrekking van Algebraïese Breuke

Reëls:

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Voorbeeld 1: $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$
 $= \frac{1+2}{5}$
 $= \frac{3}{5}$

Voorbeeld 2: $\frac{2x}{7y} - \frac{3}{7y}$
 $= \frac{2x-3}{7y}$

$$\bullet \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a(d)}{bd} + \frac{c(b)}{bd} = \frac{a(d)+c(b)}{bd}$$

As die noemers verskil, kan ons hulle dieselfde maak deur gebruik te maak van die **KGV (Kleinste Gemene Veelvoud)**

KGV: Kleinste getal waarin elke noemer kan deel.

Bepaal die KGV van:

Breek die getalle op in faktore. KGV: produk van hoogste mag van elke verskillende faktor

- 2, 6 en 8
 $\therefore 2, (2 \times 3)$ en $(2 \times 4) \Rightarrow$ KGV: $2 \times 3 \times 4 = \mathbf{24}$
- 2, 4 en 6 $\therefore 1, 2^2$ en $2 \times 3 \Rightarrow$ KGV: $1 \times 2^2 \times 3 = \mathbf{12}$
- 5 en 7 \Rightarrow KGV: $5 \times 7 = \mathbf{35}$
- x, x^2 en $x^3 \Rightarrow$ KGV is die **hoogste mag** van $x \therefore \mathbf{x^3}$
- $2x, (x - 4)$ en $3 \Rightarrow$ KGV: $\mathbf{6x(x - 4)}$
- $(x^2 + 1), (x + 1)$ en $(x + 1)^2 \Rightarrow$ KGV: $(x^2 + 1)(x + 1)^2$
- $x^2 - x, (x - 1)^2$ en x^2 : **faktoreiseer terme eers:**
 $\therefore x(x - 1), (x - 1)^2$ en $x^2 \Rightarrow$ KGV: $x^2(x - 1)^2$
- $(x + 2)$ en $(x - 1) \Rightarrow$ KGV: $(x + 2)(x - 1)$

LET WEL: $x^2 + 1 \neq (x + 1)^2$
 hulle is dus verskillende faktore

Ekwivalente breuke: Breuke met dieselfde waarde maar verskillende

noemers: bv. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{7}{14}$, ens.

Voorbeeld 3: $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = \frac{4}{6} + \frac{5}{6}$
 $= \frac{9}{6}$

KGV van **3** en **6** is **6**. Daarom verander ons $\frac{2}{3}$ na sy ekwivalente breuk met noemer **6**, wat is $\frac{4}{6} : \left[\frac{2 \times (2)}{3 \times (2)} \right]$

KAN JY?

Vereenvoudig

1. $\frac{x+y}{x} - \frac{y^2+x^2}{x^2}$
2. $\frac{3a-1}{2a^2} + \frac{2}{3a} - \frac{a-3}{3a^2}$
3. $\frac{3}{(x+5)} - \frac{3}{(x+3)}$
4. $\frac{3}{(x+1)} - \frac{2x}{(x-1)^2}$
5. $\frac{3}{(x+2)} + \frac{2}{(1-2x)}$
6. $\frac{2}{(x^2-7x+12)} - \frac{1}{(x^2-4x+3)}$
7. $\frac{a-2}{a^2+4a+4} + \frac{3}{a+2}$
8. $\frac{b}{b+3} - \frac{6b}{9-b^2}$
9. $\frac{2}{(x^2+6x+8)} - \frac{1}{(x^2+5x+6)}$
10. $\frac{2a+1}{3a^3+24} - \frac{4}{3a+6} + \frac{1}{2a^2-4a+8}$

Voorbeeld 4: $\frac{2}{a^2b} - \frac{3}{ab} + \frac{4}{a}$

$$= \frac{2(1) - 3(a) + 4(ab)}{a^2b}$$

$$= \frac{2 - 3a + 4ab}{a^2b}$$

KGV: a^2b .
Deel elke noemer in die KGV en \times met teller. Skryf breuk met KGV as gemene noemer

Voorbeeld 5: $\frac{3}{(x+1)^2} - \frac{2}{3x+3}$

$$= \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{2}{3(x+1)}$$

$$= \frac{3(3) - 2(x+1)}{3(x+1)^2}$$

$$= \frac{9 - 2x - 2}{3(x+1)^2} = \frac{7 - 2x}{3(x+1)^2}$$

Faktoriseer eers noemers

KGV: $3(x+1)^2$

Voorbeeld 6: $\frac{p}{p^2-16} - \frac{p+1}{p^2-3p-4}$

$$= \frac{p}{(p+4)(p-4)} - \frac{p+1}{(p-4)(p+1)}$$

$$= \frac{p(p+1) - (p+1)(p+4)}{(p+1)(p-4)(p+4)} = \frac{p^2+p - (p^2+5p+4)}{(p+1)(p-4)(p+4)} = \frac{p^2+p - p^2 - 5p - 4}{(p+1)(p-4)(p+4)}$$

$$= \frac{-4p-4}{(p+1)(p-4)(p+4)} = \frac{-4(p+1)}{(p+1)(p-4)(p+4)} = \frac{-4}{(p-4)(p+4)}$$

Faktoriseer eers noemers

Antwoorde:

1. $\frac{y(x-y)}{x^2}$
2. $\frac{5a-3}{2a^2}$
3. $\frac{-6}{(x-5)(x+3)}$
4. $\frac{x^2-8x+3}{(x+1)(x-1)^2}$
5. $\frac{(4x-7)}{(x+2)(2x-1)}$
6. $\frac{(x+2)}{(x-4)(x-3)(x-1)}$
7. $\frac{4(a+1)}{(a+2)^2}$
8. $\frac{b}{b-3}$
9. $\frac{1}{(x+4)(x+3)}$
10. $\frac{-8a^2+25a-24}{6(a+2)(a^2-2a+4)}$

Gemengde Oefening oor Algebraïese Breuke

Hersieningsoefening

1. $\frac{-16x^2y^3}{4x^3y^2}$

2. $\frac{3x^3-2x^2-5x}{x^2+x}$

3. $\frac{3x^2-2x-1}{x^2-1}$

4. $\frac{(x-5)^2}{x^2-2x-15}$

5. $\frac{ax+ay-cx-cy}{ax+ay+cx+cy}$

6. $\frac{(x-5)^2}{x^2-2x-15} \times \frac{3x^2+24x+45}{x^2-25} \div \frac{3x^2-9x}{x^2-9}$

7. $\frac{x+3}{x^2-1} - \frac{3}{x^2+2x+1}$

8. $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{1-x} + \frac{2}{x^2-1}$

Hersieningsoefening Antwoorde:

1. $\frac{-4y^2}{x}$

2. $3x - 5$

3. $\frac{3x+1}{x+1}$

4. $\frac{x-5}{x+3}$

5. $\frac{a-c}{a+c}$

6. $\frac{x+3}{x}$

7. $\frac{x^2+x+6}{(x+1)^2(x-1)}$

8. $\frac{-1}{x+1}$

AKTIWITEITE

Doen verdere oefeninge uit jou Wiskunde Handboek

KONSOLIDASIE

- Ons kan SLEGS dieselfde **term/ hakie** deel (kanselleer) as die teller EN noemer EENTERM term (produktuitdrukking) is of as hulle uit dieselfde term(e) bestaan; as dit nie so is nie, FAKTORISEER teller en noemer
- $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$
- Reëls vir \times en \div van algebraïese breuke:
 - $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; $b, d \neq 0$
 - $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$
- Reëls vir $+$ en $-$ van algebraïese breuke:
 - faktoriseer eers en vind die KGV van die noemers
 - $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
 - as die noemers verskil, kan ons hulle dieselfde maak deur gebruik te maak van die KGV (Kleinste Gemene Veelvoud)

WAARDES

Liewe leerder. Hoop julle oefen nog elke dag julle Wiskunde. Byt vas. Jou HARDE WERK sal SUKSES afwerp.