



<b>VAK EN GRAAD</b>	Wiskunde GR 10
<b>KWARTAAL 1</b>	Week 6
<b>HOOFSTUK / MODULE</b>	TRIGONOMETRIE
<b>DOEL VAN LES</b>	

- Hersiening van die stelling van pythagoras
- Definieer verhoudings in terme van reghoekige driehoeke.
- Definieer die resiproke van trig verhoudings in reghoekige driehoeke.
- Bepaal die verhoudings van spesiale driehoeke.

HULPBRONNE	<b>Papiergebaseerde hulpbronne</b>	<b>Digitale hulpbronne</b>
	Gaan na die hoofstuk oor Trigonometrie in jou handboek	<a href="https://youtu.be/9sTxKffbWfo">https://youtu.be/9sTxKffbWfo</a> <a href="https://youtu.be/OJZMb2Koovv">https://youtu.be/OJZMb2Koovv</a>

### INLEIDING

Trigonometrie is 'n afdeling in Wiskunde waar ons konsentreer op die verwantskappe tussen die lengtes van die sye en die groottes van die hoeke in driehoeke. In Gr10 sal ons hoofsaaklik op die reghoekige driehoek fokus.

### KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

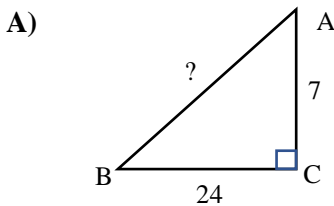
#### LES 1: HERSIENING VAN STELLING VAN PYTHAGORAS

Stelling van Pythagoras:

$$\text{In } \triangle ABC \text{ met } \angle C = 90^\circ : c^2 = a^2 + b^2$$

#### Voorbeelde 1

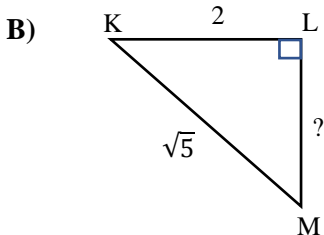
Bepaal die lengte van die onbekende sy:



Oplossings:

A)

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 \\ &= (7)^2 + (24)^2 \\ &= 49 + 576 \\ &= 625 \\ \therefore AB &= 25 \end{aligned}$$



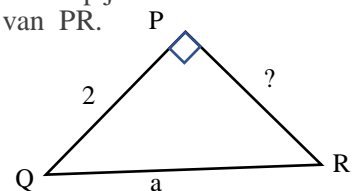
B)

$$\begin{aligned} KM^2 &= KL^2 + LM^2 \\ (\sqrt{5})^2 &= (2)^2 + LM^2 \\ 5 &= 4 + LM^2 \\ LM^2 &= 1 \\ \therefore LM &= 1 \end{aligned}$$

Stappe:

1. Gebruik stelling van Pyth in  $\triangle ABC$
2. Vervang waardes en vereenvoudig.
3. Bepaal die vierkantswortel om die antwoord te kry.

Doen hierdie probleem op jou eie:  
Bepaal die lengte van PR.



Oplossing:  $\sqrt{a^2 - 4}$

### Oefening 1

Bepaal die lengte van die ontbrekende sye:

A) In  $\triangle ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 13$  en  $BC = 5$ . Bepaal AC

B) In  $\triangle JKL$   $\angle K = 90^\circ$ ,  $JK = p$  en  $KL = 1$ . Bepaal JL

Oplossings: A) 12      B)  $\sqrt{p^2 + 1}$

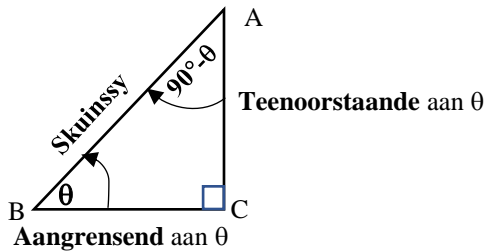
## LES 2: DEFINIEER TRIG VERHOUDINGS IN TERME VAN REGHOEKIGE DRIEHOEKE:

Die volgende moet onthou word vir Trigonometrie:

- Ons gebruik Griekse letters ( $\theta$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , ens.) om hoeke in trigonometrie aan te dui.
- $\theta$  en  $(90^\circ - \theta)$  is 'n paar komplementêre hoeke in 'n reghoekige driehoek.
- Die sy teenoor die  $90^\circ$  hoek (die langste sy) word die skuinssy ( $s$ ) genoem
- Die sy wat aan hoek  $\theta$  raak is aangrensend ( $a$ ) aan  $\theta$ .
- Die sy teenoor hoek  $\theta$  is teenoorstaande ( $t$ ) aan  $\theta$ .
- Daar is 6 verhoudings van sye met betrekking tot mekaar in reghoekige driehoeke.

Sien die diagram

### Benoem sye in reghoekige driehoeke:



#### Opsomming:

$$\sin \theta = \frac{t}{s}, \quad \cos \theta = \frac{a}{s}, \quad \tan \theta = \frac{t}{a}$$

**sints cosas tanta**

(maak jou EIE RYMPIE om die verhoudings te onthou want dit is baie belangrik in die studie van Trigonometrie)

### Definieer trig verhoudings in reghoekige driehoeke:

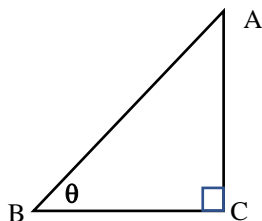
1. Die verhouding  $\frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{Skuinssy}}$  word genoem die **sinus van hoek  $\theta$**  en ons skryf dit as  **$\sin \theta$**
2. Die verhouding  $\frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{Skuinssy}}$  word genoem die **kosinus van hoek  $\theta$**  en ons skryf dit as  **$\cos \theta$**
3. Die verhouding  $\frac{\text{teenoorstaande aan } \theta}{\text{aangrensend aan } \theta}$  word genoem die **tangens van hoek  $\theta$**  en ons skryf dit as  **$\tan \theta$**

Vir ons doel sal ons meestal die drie verhoudings gebruik in Gr 10 – 12. Die volgende 3 word die **resiproke** genoem

4. Die verhouding  $\frac{\text{aangrensend aan } \theta}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$  word genoem die **kotangens** van hoek  $\theta$  en ons skryf dit as  **$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$**
5. Die verhouding  $\frac{\text{Skuinssy}}{\text{aangrensend aan } \theta}$  word genoem die **sekans** van hoek  $\theta$  en ons skryf dit as  **$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$**
6. Die verhouding  $\frac{\text{skuinssy}}{\text{teenoorstaande aan } \theta}$  word genoem die **kosekans** van hoek  $\theta$  en ons skryf dit as  **$\text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta}$**

### Voorbeelde 2

- A) Skryf die trig verhouding vir  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  en  $\tan \theta$  deur gebruik te maak van die onderstaande driehoek:



Oplossings:

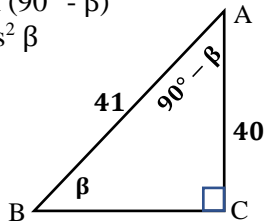
$$\text{A) } \sin \theta = \frac{t}{s} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{s} = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan \theta = \frac{t}{a} = \frac{AC}{BC}$$

B) Gebruik  $\triangle ABC$  om die waarde van die volgende te bepaal :

1. BC
2.  $\tan \beta$
3.  $\cos \beta$
4.  $\sin(90^\circ - \beta)$
5.  $\cos^2 \beta$



**Let Wel:** ons skryf  $(\cos \beta)^2$  as  $\cos^2 \beta$

B) 1.  $BC = 9$  ....Pyth

$$2. \tan \beta = \frac{t}{a} = \frac{AC}{BC} = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$$

$$3. \cos \beta = \frac{a}{s} = \frac{BC}{AB} = \frac{9}{41}$$

$$4. \sin(90^\circ - \beta) = \frac{BC}{AB} = \frac{9}{41}$$

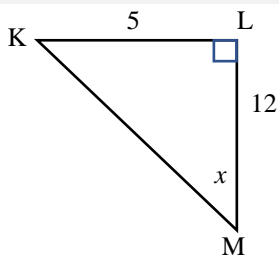
$$5. \cos^2 \beta = \left(\frac{a}{s}\right)^2 = \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{9}{41}\right)^2 = \frac{81}{1681}$$

**Let op:**  $\cos \beta = \sin(90^\circ - \beta)$  !!!! omdat hulle ko-verhoudings /funksies is.

### Oefening 2

**KAN JY** die vorige voorbeeld bestudeer en die volgende bepaal deur  $\triangle KLM$  te gebruik:

1. KM
2.  $\cos^2 x$
3.  $\tan x$
4.  $\sin x + \cos x$

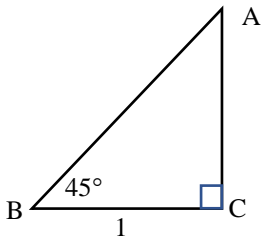


Ooplossing:

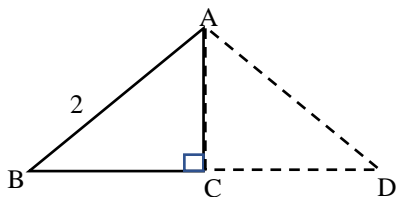
1. 13
2.  $\frac{144}{169}$
3.  $\frac{5}{12}$
4.  $1\frac{4}{13}$

### LES 3: Verhoudings van spesiale driehoeke

**45° driehoek:**



**60°/ 30° driehoek:**



**In  $\triangle ABC$  is  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 45^\circ$  en  $BC = 1$  eenheid.**

Bepaal, met redes:

1. Grootte van  $\angle A$
2. Lengte van AC
3. Lengte van AB

**$\triangle ABD$  is gelyksydig met  $AB = 2$  eenhede:**

**Trek  $AC \perp BD$**

Hoekom is:

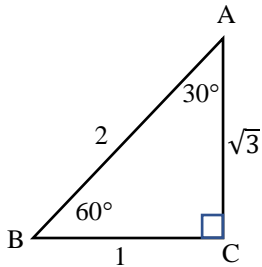
1.  $\angle B = 60^\circ$ ?
2.  $BC = 1$  eenheid?

Bepaal die:

3. Grootte van  $\angle BAC$
4. Lengte van AC

**Opsomming:**

**60°/ 30° Driehoek**



$$\sin 60^\circ = \frac{t}{s} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{a}{s} = \frac{1}{2}$$

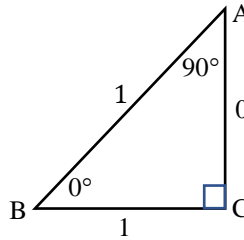
$$\tan 60^\circ = \frac{t}{a} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{t}{s} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{a}{s} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{t}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**0°/ 90° Driehoek**



$$\sin 0^\circ = \frac{t}{s} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cos 0^\circ = \frac{a}{s} = \frac{1}{1} = 1$$

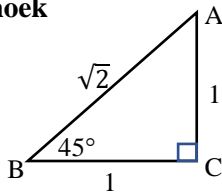
$$\tan 0^\circ = \frac{t}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\sin 90^\circ = \frac{t}{s} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cos 90^\circ = \frac{a}{s} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\tan 90^\circ = \frac{t}{a} = \frac{1}{0} = \text{ongedefineerd}$$

**45° Driehoek**



$$\sin 45^\circ = \frac{t}{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

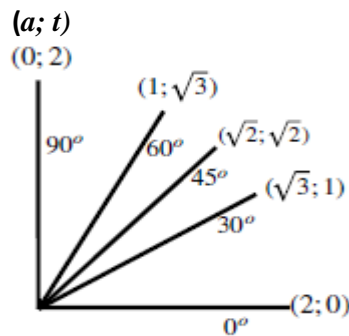
$$\cos 45^\circ = \frac{a}{s} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{t}{a} = \frac{1}{1} = 1$$

Die volgende kan ook vir spesiale driehoeke gebruik word

$s = 2$  eenhede

bv:  $\sin 60^\circ = \frac{t}{s} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



**Voorbeelde 3**

Bereken die volgende sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

- $\cos 0^\circ + \cos^2 45^\circ$
- $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ$
- $\frac{\tan 45^\circ \cdot \sin 90^\circ}{\cos 30^\circ}$

**Oplossings:**

- $1 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}$
- $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$
- $\frac{(1)(1)}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

### Oefening 3

**KAN JY** die vorige voorbeeld bestudeer en die volgende bepaal:

1.  $\tan^2 30^\circ$
2.  $\sin 30^\circ \times \cos 60^\circ$
3.  $\sin 90^\circ + \cos 0^\circ - 2 \tan 45^\circ$

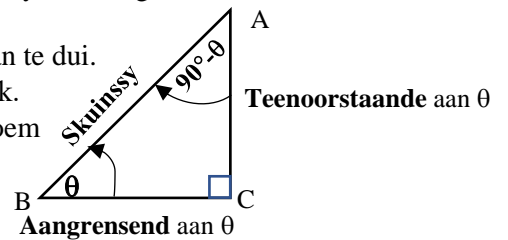
Oplossing:

1.  $\frac{1}{3}$
2.  $\frac{1}{4}$
3. 0

Aktiwiteite/ Assessering	Mind Action Series	Wiskunde vir die Klaskamer	Siyavula
	Oef 9 Nos a, b en c Bl 85	Oef 5.2 No. 1 en 2 Bl 105 Oef 5.9 No. 1 en 2 Bl 124	Oef 7 – 1 Nos 1, 4, 5 en 6 Bl 224

### Samevatting:

- Pythagoras vir 'n reghoekige  $\triangle ABC$  met  $\hat{C} = 90^\circ : c^2 = a^2 + b^2$
- Trigonometrie handel oor die verwantskappe tussen die lengtes van die sye en die groottes van die hoeke in driehoeke.
- Ons gebruik Griekse letters ( $\theta, \alpha, \beta$ , ens.) om hoeke in trigonometrie aan te dui.
- $\theta$  en  $(90^\circ - \theta)$  is 'n paar komplementêre hoeke in 'n reghoekige driehoek.
- Die sy teenoor die  $90^\circ$  hoek (die langste sy) word die skuinssy ( $s$ ) genoem
- Die sy wat aan hoek  $\theta$  raak is aangrensend ( $a$ ) aan  $\theta$ .
- Die sy teenoor hoek  $\theta$  is teenoorstaande ( $t$ ) aan  $\theta$ .
- In enige reghoekige  $\triangle ABC$  kan ons verhoudings vir die sye met betrekking tot mekaar neerskryf:



$$\sin \theta = \frac{t}{s}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{s}$$

$$\tan \theta = \frac{t}{a}$$

- Daar is 6 verhoudings – die ander 3 word die resiproke genoem, maar hierdie 3 vorm die basis van Trigonometrie in Gr 10 – 12. **Jy moet hulle ken!!**
- Jy moet ook weet hoe om die trig verhoudings vir die spesiale hoeke:  $0^\circ$ ;  $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$  en  $90^\circ$  te bepaal.