

VAK en GRAAD	WISKUNDE GR 10		
Kwartaal 1	Week 7		
HOOFSTUK/ MODULE	TRIGONOMETRIE		
DOEL VAN LESSE	<p>Om:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 'n Sakrekenaar te gebruik met trig verhoudings • Trig verhoudings op te los vir hoeke tussen 0° en 90° • Driehoek op te los (bepaal lengte van sye/ grootte van hoeke) • Diagramme te gebruik om numeriese waardes vir verhouding te bepaal vir hoeke tussen 0° en 360° 		
HULPBRONNE	<p><i>Papiergebaseerde hulpbronne</i></p> <p>Handboek: Hoofstuk oor Trigonometrie;</p>	<p><i>Digitale hulpbronne</i></p> <p>https://video.tutonic.org/T10trigunknownsides https://youtu.be/zbB_SddM6Gs https://youtu.be/PG5sF-AeBX0 <i>wetenskaplike sakrekenaar</i></p>	
INLEIDING	<p>In die vorige lesse is jy bekend gestel aan Trigonometrie, waar ons onder andere gekyk het na die definisie van die trig verhoudings in terme van 'n reghoekige driehoek asook verhoudings vir spesiale hoeke. In hierdie les gaan ons aan met die gebruik van die sakrekenaar en definieer ons die trig verhoudings in terme van die Cartesiese vlak.</p>		
KONSEPTE EN VAARDIGHEDE	<ul style="list-style-type: none"> • Cartesiese vlak • CAST diagram • Gebruik van sakrekenaar • Standaardvorm van trig verhouding/vergelyking 		
LES 1: GEBRUIK VAN SAKREKENAAR VIR TRIG VERHOUDINGS			
Voorbeelde			
<p>A. Bepaal met 'n sakrekenaar en rond antwoorde af tot 2 desimale getalle.:</p> <p>1. $\sin 36^\circ$</p> <p>2. $\frac{\cos 24^\circ}{2}$</p> <p>3. $\tan^2 125^\circ$</p> <p>4. $\sin(46^\circ + 27^\circ)$</p> <p>5. $\sin 46^\circ + \sin 27^\circ$</p>	<p>Oplossings (en sleutelkode op Casio FX-82ZA)</p> <p>1. 0,59 sin 3 6) =</p> <p>2. 0,46 = cos 2 4) ▾ 2 =</p> <p>3. 2,04 (tan 1 2 5)) x² =</p> <p>4. 0,96 sin 4 6 + 2 7) =</p> <p>5. 1,17 sin 4 6) + sin 2 7) =</p>		
NOTA:			
<ul style="list-style-type: none"> • $\sin(46^\circ + 27^\circ) \neq \sin 46^\circ + \sin 27^\circ$ • $2 \sin 37^\circ \neq \sin(2 \times 37^\circ)$ • $\sin 24^\circ + 1 \neq \sin 25^\circ$ 			
Kan jy die volgende doen?			
Bepaal met 'n sakrekenaar, tot 2 desimale:			
1. $\tan 76^\circ$	2. $\frac{\sin 76^\circ}{\cos 76^\circ}$	3. $\cos^2 125^\circ + \sin^2 125^\circ$	4. $\frac{\sin 127^\circ \cdot \tan 323^\circ + 2 \cos 42^\circ}{8 \sin 21^\circ}$
Oplossings: 1. 4,01 2. 4,01 3. 1 4. 0,31			

LES 2: Bereken hoeke deur gebruik te maak van 'n sakrekenaar/ TRIG VERGELYKINGS

Voorbeelde

B. Bereken die grootte van die volgende hoeke, afgerond tot 2 desimale plakke:

- $\tan P = 0,684$
- $\sin 3A = 0,821$
- $2 \cos(\theta - 10^\circ) = 1,268$

Moenie deur 3 deel van die begin af nie

Oplossings op sakrekenaar (Casio FX-82ZA)

$\angle P = \tan^{-1}(0,684) = 34,37^\circ$ 

arctan

2. $3A = \sin^{-1}(0,821) = 55,19^\circ$ 

$\therefore \angle A = \frac{55,19}{3} = 18,40^\circ$

3. $\cos(\theta - 10^\circ) = \frac{1,268}{2} = 0,634$

Kan nie 10° hier bytel nie

$\therefore (\theta - 10^\circ) = \cos^{-1} 0,634 = 50,65^\circ$

$\therefore \theta = 50,65^\circ + 10^\circ$

Eers nou!

$= 60,65^\circ$

Standaardvorm van trig vergelyking:

Trig verhouding (hoek) = waarde

Kan jy die volgende doen?

Bereken die volgende hoeke en rond antwoorde af tot 2 desimale

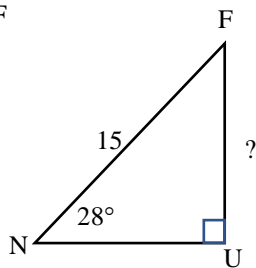
- $\sin A = 0,234$
- $2 \tan \theta = 1,372$
- $\frac{1}{4} \sin(2A + 20^\circ) = 0,214$

Oplossings: 1. $A = 13,53^\circ$ 2. $\theta = 34,45^\circ$ 3. $A = 19,44^\circ$

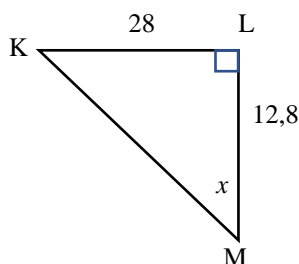
LES 3: Oplos van driehoeke

Voorbeelde:

1. In $\triangle FUN$, $FN = 15$, $\angle U = 90^\circ$ en $\angle N = 28^\circ$. Bereken die lengte van UF



2. Bereken die grootte van hoek x in die diagram



Oplossing:

1. Sy UF is **teenoorstaande** aan 28° en FN is die **skuinssy**

Skryf verhouding met UF as teller

$$\Rightarrow \frac{UF}{15} = \frac{t}{s} = \sin 28^\circ$$

Kies **sin x** omdat **teenoorstaande** en **skuinssy** gegee is

$$\therefore UF = 15 \sin 28^\circ = 7,04$$

1 5 sin 2 8) =

2. 28 is **teenoorstaande** aan x en 12,8 is **aangrensend** aan x

$$\Rightarrow \tan x = \frac{t}{a} = \frac{28}{12,8} = 2,1875$$

$$\therefore x = \tan^{-1}(2,1875)$$

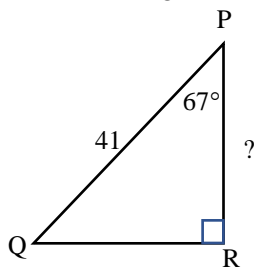
$$= 65,43^\circ$$

Kies **tan x** omdat **teenoorstaande** en **aangrensende** sy gegee is

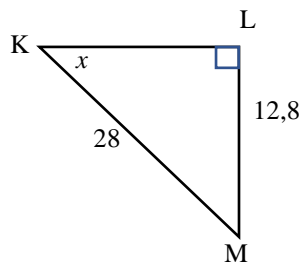
Moenie hier afrond nie!!

Kan jy die volgende doen?

1. In $\triangle PQR$ is $PQ = 41$, $\angle R = 90^\circ$ en $\angle P = 67^\circ$. Bereken die lengte van PR .



2. Bereken die grootte van hoek x in die diagram

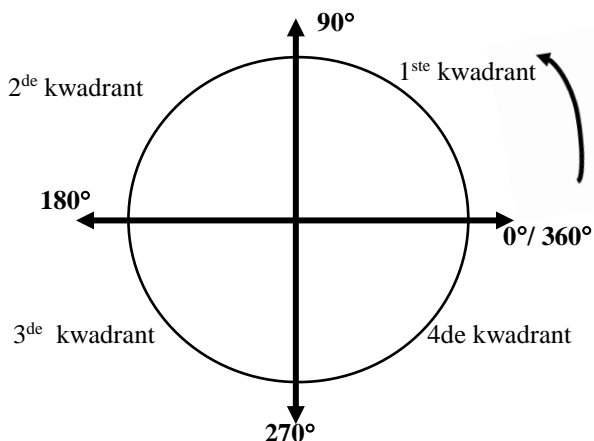


Oplossings: 1. $PR = 16,02$

2. $x = 27,20^\circ$

LES 4: DEFINIEER TRIG VERHOUDINGS IN TEMRE VAN DIE CARTESIESTE VLAK

Die Cartesiese vlak vir Trigonometrie: Die verskillende kwadrante

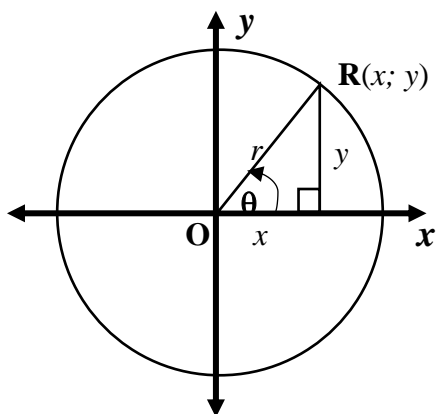


- Die Cartesiese vlak word verdeel in 4 kwadrante met intervalle van 90°.
- Ons meet hoeke in 'n antiklokgewyse manier, beginnende met 0° op die positiewe horisontale as.
 - 1^{ste} kwadrant is tussen 0° en 90°
 - 2^{de} kwadrant is tussen 90° en 180°
 - 3^{de} kwadrant is tussen 180° en 270° en
 - 4^{de} kwadrant is tussen 270° en 360°
- Let Wel: 0° en 360° ('n revolusie/ omwenteling) is by dieselfde punt (begin-/ eindpunte is dieselfde)

KAN JY sê in watter kwadrante sal die volgende hoeke lê?

1. 39°
2. 132°
3. 346°
4. 101°
5. 271°
6. 89°

Hoe om sketse (driehoeke) in die Cartesiese vlak te trek.

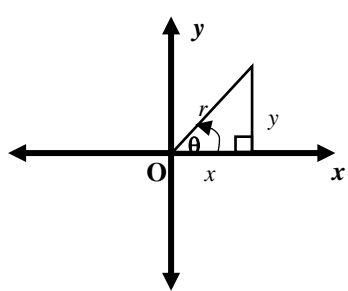


Sien die skets:

- Ons gebruik die koördinate van die punt R(x; y).
- Trek 'n lyn vanaf die oorsprong (0; 0) na die punt. Daardie afstand, OR, word die terminale arm genoem of r, die radius (van die sirkel deur R) – die sirkel hoef nie geteken te word nie.
- Trek 'n ⊥ lyn vanaf R op die x- as om 'n reghoekige driehoek te vorm.
- Die hoek wat OR met die positiewe x – as maak is θ - altyd in 'n antiklokgewyse rigting gemeet – in hierdie geval is 0° < θ < 90°, daarom is die skets in die **1^{ste} kwadrant**.

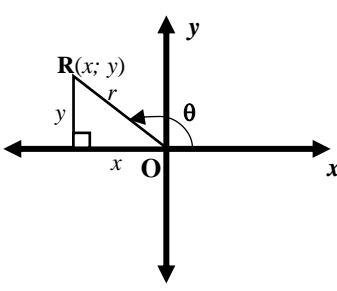
Diehoeke in die verskillende kwadrante: *Let op hoe ons die hoek θ in die verskillende kwadrante aantoon*

1^{ste} kwadrant: 0° < θ < 90°



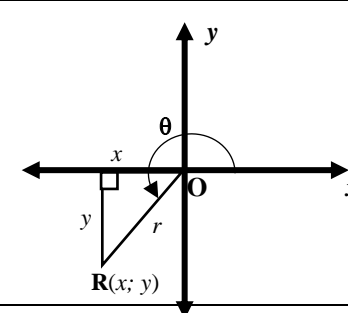
x	+
y	+
r	+
sin θ	$\frac{y}{r} = \frac{+}{+} = +$
cos θ	$\frac{x}{r} = \frac{+}{+} = +$
tan θ	$\frac{y}{x} = \frac{+}{+} = +$

2de kwadrant: 90° < θ < 180°



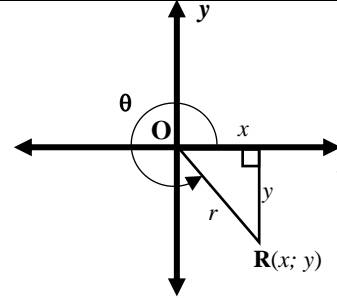
x	-
y	+
r	+
sin θ	$\frac{y}{r} = \frac{+}{+} = +$
cos θ	$\frac{x}{r} = \frac{-}{+} = -$
tan θ	$\frac{y}{x} = \frac{+}{-} = -$

3^{de} kwadrant: 180° < θ < 270°



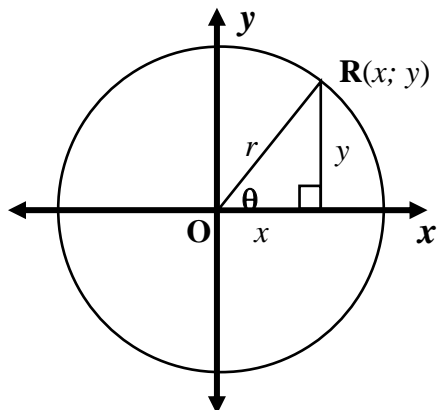
x	-
y	-
r	+
sin θ	$\frac{y}{r} = \frac{-}{+} = -$
cos θ	$\frac{x}{r} = \frac{-}{+} = -$
tan θ	$\frac{y}{x} = \frac{-}{-} = +$

4^{de} kwadrant: 270° < θ < 360°



x	+
y	-
r	+
sin θ	$\frac{y}{r} = \frac{-}{+} = -$
cos θ	$\frac{x}{r} = \frac{+}{+} = +$
tan θ	$\frac{y}{x} = \frac{-}{+} = -$

Die Trigonometriese verhoudings in die Cartesiese vlak



As ons enige punt $R(x; y)$ in die Cartesiese vlak neem, kan ons sien dat:

$$\sin \theta = \frac{o}{h} = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{h} = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{o}{a} = \frac{y}{x}$$

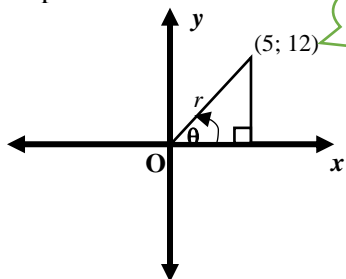
Voorbeelde

1. Gebruik die diagram om die waarde van die volgende te bepaal:

(a) r

(b) $\sin \theta$

(c) $\tan^2 \theta$



Hierdie is die koördinate
 $(x; y) \Rightarrow x = 5$ en $y = 12$

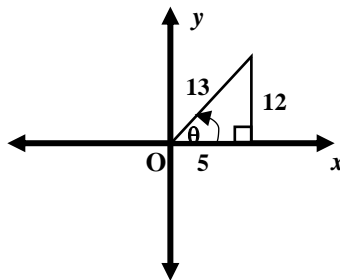
Oplossings:

(a) Skryf 5 langs die x -as en 12 langs die y -as
Gebruik Pythagoras om die skuinssy r , te bepaal

$$\begin{aligned} r^2 &= x^2 + y^2 \dots \text{Pyth.} \\ &= (5)^2 + (12)^2 \\ &= 25 + 144 = 169 \\ \therefore r &= \sqrt{169} \\ \therefore r &= 13 \end{aligned}$$

$$(b) \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{12}{13}$$

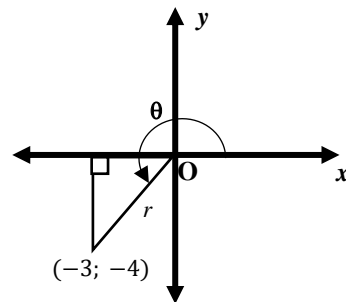
$$(c) \tan^2 \theta = \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25} = 5 \frac{19}{25}$$



Kan jy die diagram gebruik en die waarde van die volgende bepaal?:

(a) r

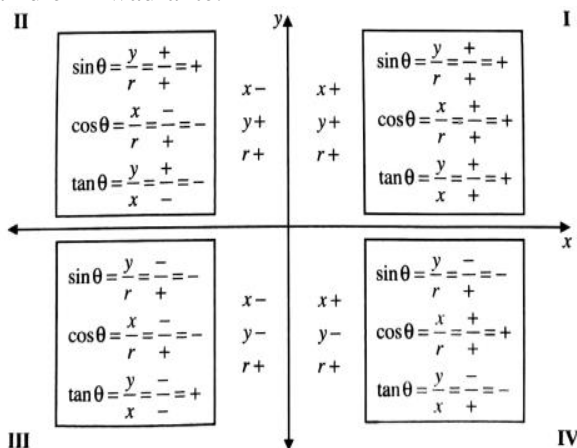
(b) $25\sin^2 \theta - 5 \cos \theta$



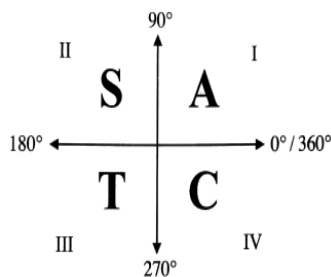
Oplossings: (a) $r = 5$ (b) 19

LES 5: Tekens van die trigonometriese verhoudings in die kwadrante

Die volgende diagram toon die tekens van x, y en r , sowel as die tekens van die drie trig verhoudings in elk van die 4 kwadrante.



Ons som dit op in die sogenaamde CAST diagram



Die letters A, S, T en C toon aan watter verhouding(s) **positief** is in elke kwadrant.

- In kwadrant I: **Al** die trig verhoudings is positief
- In kwadrant II: **Sin** is **positief** en al die ander verhoudings is negatief
- In kwadrant III: **Tan** is **positief** en al die ander verhoudings is negatief
- In kwadrant IV: **Cos** is **positief** en al die ander verhoudings is negatief

Die sogenaamde **CAST** diagram; ook verwys na as die: **All Stations To Capetown**

Voorbeelde

- In watter kwadrante is:
 - $\tan \theta$ positief
 - $\sin \theta < 0$ en $\cos \theta < 0$
 - $\tan \theta > 0$ en $\sin \theta > 0$
 - $\cos \theta < 0$ en $180^\circ < \theta < 360^\circ$

Oplossings:

- kwadrante 1 en 3
 - kwadrant 3
 - kwadrant 1
 - kwadrant 2

Trigonometriese verhoudings in die verskillende kwadrante

1. As $5\sin \theta - 4 = 0$ en $\theta \in [90^\circ; 270^\circ]$, bepaal, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde van $\cos^2 \theta$

Oplossing: $5\sin \theta - 4 = 0$
 $\therefore \sin \theta = +\frac{4}{5} = \frac{y}{r}$

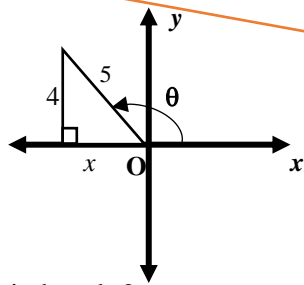
Teken 'n skets in kwadrant 2

$\Rightarrow y = 4$ en $r = 5$

Gebruik Pyth: $r^2 = x^2 + y^2$
 $\therefore x^2 = r^2 - y^2$
 $= 25 - 16$
 $= 9$
 $\therefore x = \pm 3$

$\Rightarrow x = -3$ omdat x negatief is in kwadr 2

$\therefore \cos^2 \theta = \left(\frac{x}{r}\right)^2 = \left(\frac{-3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$



NOTA:

sonder om 'n sakrekenaar te gebruik beteken: **gebruik 'n skets!!**

Skrif die trig vergelyking in standaard vorm: **trig verhouding (hoek) = getal**

Vra jouself:

In watter kwadrant(e) is $\sin \theta$ positief (+) ?

In kwadrante 1 en 2

Watter kwadrante is ingesluit in die gegewe interval?

kwadrante 2 en 3

So, hoek θ lê in kwadrant 2, want dit is die kwadrant binne die gegewe interval en dit is waar \sin positief is.

Kan jy die volgende doen?

As $41 \cos \theta + 9 = 0$ en $180^\circ < \theta < 360^\circ$, bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar die waarde van: $9 \tan \theta + 41 \sin \theta$

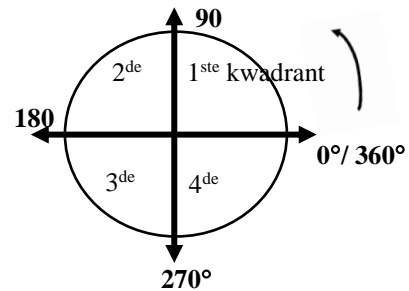
Oplossing: 80

AKTIWITEITE:

Siyavula	Mind Action Series	Klaskamer Wiskunde	Via Africa
Oef: 7 -1 No. 2 en 3 Bl 225 Oef: 7 – 4 No 1 en 2 Bl 232	Oef: 2 Bl 68 Oef: 3 Bl 70 Oef: 5 Bl 75 Oef: 8 Bl 82	Oef: 5.3 ; No 1 en 2 Bl 110 Oef: 5.7 ; No 1 en 2 Bl 118 Oef 5.8 Bl 121	Oef: 13; Bl: 194

KONSOLIDASIE/ SAMEVATTING:

- Weet hoe om die sakrekenaar te gebruik om die trig verhoudings te bepaal asook hoe om die hoeke te bepaal.
- Die Cartesiese vlak word verdeel in 4 kwadrante met intervale van 90°.
- Ons meet hoeke in 'n **antikloksgewyse** rigting, beginnende met 0° op die positiewe horisontale as.

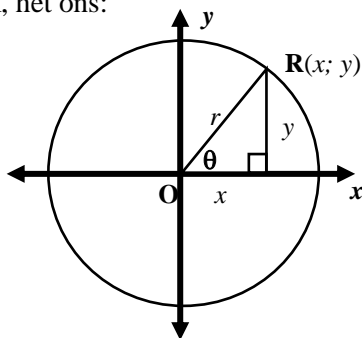


- In die Cartesiese vlak, het ons:

$$\sin \theta = \frac{o}{h} = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{h} = \frac{x}{r}$$

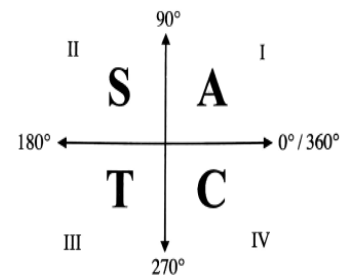
$$\tan \theta = \frac{o}{a} = \frac{y}{x}$$



- Ons bepaal die tekens van die trig verhoudings in die kwadrante deur die **CAST** diagram te gebruik; ook na verwys as die:

“**All Stations To Capetown**”

Die letters A, S, T en C toon aan watter verhoudings **positief** is in elke kwadrant.



- Om trig verhoudings/ vergelykings in die kwadrante op te los (sonder gebruik van 'n sakrekenaar): ⇒ **gebruik 'n skets**
 - Skryf die vergelyking in standaardvorm: **trig verhouding (hoek) = getal**
 - Bepaal in watter kwadrant die hoek lê deur die CAST diagram te gebruik.
 - Teken 'n skets (reghoekige driehoek) in die kwadrant en vul die waardes vir x , y en/of r in.
 - Bereken die ontbrekende sy deur Pythagoras te gebruik.
 - Bepaal die gevraagde verhouding(s)