VAK EN GRAAD	Wiskunde Graad 11	
KWARTAAL 1	Week 1	
ONDERWERP	Eksponente en Wortelvorme	
DOELSTELLINGS VAN LES	• Definieer rasionale eksponent. • Vereenvoudig eksponensiële vergelykings • Hoe om eksponensiële vergelykings op te los. • Definieer wortelvorme. • Identifiseer komplekse eenvoudige en gemengde wortelvorme. • Vereenvoudig wortelvorme • Los vergelykings op wat wortelvorme bevat.	
HULPBRONNE	***Papiergebasseerde Hulpbronne***	***Digitale Hulpbronne***
	*Gaan na die **Eksponente en Wortelvorme** hoofstuk in jou handboek.*	In die les waar jy hierdie simbool sien, kan jy daarop klik om 'n video te sien van 'n konsep of verduideliking van **Eksponente en Wortelvorme.**

INLEIDING

Liewe leerder in die hoofstuk hersien ons die eksponent wette en eksponensiële vergelykings. As ons daarmee klaar is sal ons Rasionale Eksponente en wortelvorme bestudeer. Jy sal ook leer hoe om eksponensiële vergelykings op te los, vereenvoudiging van wortelvorme en om vergelykings wat wortelvorme bevat te vereenvoudig.

Konsepte en Vaardighede

Eksponente: Die eksponent van 'n getal gee hoeveel keer die getal (die grondtal) vermenigvuldig word.

$\boxed{a^n}$ → **Eksponent**, **Die mag**, **Grondtal**

$64 = 2^6$ → **die eksponent**, **die grondtal**, **die mag**

$a^n = a \times a \times a \times \ldots\ldots vir\ n\ faktore\ van\ a,\ n\ \in N\ ; a\ is\ die\ grondtal\ en\ n\ die\ eksponent$

$a^2 = a \times a$

$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

A. EKSPONENT WETTE

Die wette neem aan dat $\boldsymbol{a}$ en $\boldsymbol{b}$ positiewe **reële** getalle is

Onthou, die eksponentwette geld net as die grondtalle gelyk is en is slegs van toepassing op vermenigvuldiging, deling en magsverheffing.

Nr	**Uitgebreide Notasie**	**Ekponensiële Notasie**	**Eksponensiële wette**
1	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$	Wanneer ons magte met dieselfde grondtalle vermenigvuldig, tel ons die eksponente bymekaar $\boldsymbol{a^n \times a^m = a^{n+m}}$
2	$\frac{64}{16} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = 4$	$\frac{2^6}{2^4} = 2^2$	Wanneer ons magte met dieselfde grondtalle deel, trek ons die eksponente van mekaar af. $\boldsymbol{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$
3	$4 \times 4 \times 4 = 64$	$\boldsymbol{(2^2)^3 = 2^6}$	Wanneer on 'n mag tot 'n mag verhef, vermenigvuldig ons die eksponente (eksponent aan die buitekant word vermenigvuldig met die eksponente aan die binnekant $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$
4	$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$	$2^2 \times 3^2 = 6^2$	Wanneer ons nie-identiese grondtalle het maar identiese eksponente dan hou ons die eksponente en vermenigvuldig die grondtalle. (dieselfde reël geld vir deling) $\boldsymbol{a^n b^n = (ab)^n}$
5	$(\frac{4}{2})(\frac{4}{2})(\frac{4}{2}) = \frac{64}{8} = 8$	$\left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^{1\times3}}{2^{1\times3}} = \frac{4^3}{2^3}$	Die eksponent van die kwosiënt is die eksponent van die faktore in die teller en die noemer $\boldsymbol{\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}}$

<u>Eksponent definisies</u>:

$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$	Die definisie laat ons toe om getalle en veranderlikes vanaf teller na noemer te skuif.	$\frac{3}{x^{-2}} = 3x^2$ of $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
$x^0 = 1, \quad x \neq 0$	Enige grondtal (behalwe nul) tot die mag nul is gelyk aan 1	$10^0 = 1\ ;\ (2ab^2)^0 = 1$ NB: $-10^0 = -1$ *maar* $(-10)^0 = 1$

Studeer en werk deur elke konsep om te verseker dat jy die eksponent wette en definisies verstaan en weet hoe om elke een toe te pas.

Ons sal vervolgens gr 10 werk hersien vir vaslegging en voorbereiding vir addisionele eksponent en wortelvorme inhoud.

<u>Ons gaan nou deur 'n paar voorbeelde werk om te sien hoe ons die wette toepas</u>

Uitgewerkte Voorbeeld 1

Vereenvoudig sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.

1.1 $y^3 \times y$ 1.2 $9^6 \div 9^4$ 1.3 $(y\,x^2)^7$ 1.4 $\left(\frac{2x^3}{8y^{-4}}\right)^{-3}$ 1.5 $(-3a^2)^2(2a)^3$

Oplossings: [Kan jy al die eksponent wette en definisies identifiseer?]

1.1 $y^3 \times y$

$= y^3 \times y^1$

$= y^4$

1.2 $9^6 \div 9^4$

$= 9^{(6-4)}$

$= 9^2$

1.3 $(y\,x^2)^7$

$= y^{(1\times7)}x^{(2\times7)}$

$= y^7x^{14}$

1.4 $\left(\frac{2x^3}{8y^{-4}}\right)^{-3}$

$= \left(\frac{8y^{-4}}{2x^3}\right)^3$

$= \left(\frac{4}{x^3y^4}\right)^3$

$= \frac{4^3}{x^{3\times3}y^{4\times3}} = \frac{64}{x^9y^{12}}$

1.5 $(-3a^2)^2(2a)^3$

$= 9a^4.8a^3$

$= 72a^7$

KAN JY?

Die volgende oplos deur die eksponent wette toe te pas sonder die gebruik van 'n sakrekenaar

1. $y^{2n}.y^5$ 2. $a^{3n} \div a^n$ 3. $(x^2)^4$ 4. $\left(\frac{2x^2}{3y^3}\right)^3$ 5. $(-3y^3)^2$

Antwoorde:

1. y^{2n+5} 2. a^{2n} 3. x^8 4. $\frac{8x^6}{27y^9}$ 5. $9y^6$

B. Vereenvoudig uitdrukkings met rasionale eksponente

As saamgestelde getalle verhef word tot 'n rasionale eksponent, kan dit vereenvoudig word deur priem faktore te gebruik en die reël van 'n mag verhef tot 'n mag bv. $\mathbf{32^{\frac{3}{5}} = (2^5)^{\frac{3}{5}} = 2^3 = 8}$

Beskou die volgende $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ as ons albei kante verhef tot die mag m

$(\sqrt[n]{a})^m = (a^{\frac{1}{n}})^m$

daarom is $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Rasionale getalle sluit alle getalle in wat in breuk vorm geskryf kan word as $\frac{a}{b}$ waar $a, b \in Z$, maar $b \neq 0$

Werk deur al die bewerkings in die uitgewerkte voorbeelde en dui die eksponent wette aan wat gebruik word

Uitgewerkte voorbeelde 2

Vereenvoudig die volgende uitdrukkings, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.
Skryf antwoorde met positiewe eksponente

2.1 $(8)^{\frac{1}{3}}$ 2.2 $(\frac{1}{4})^{-2}$ 2.3 $(8a^6b^{12})^{\frac{1}{3}}$ 2.4 $\sqrt[5]{32^2}$ 2.5 $(\frac{-2x^{-2}}{(-2x)^{-2}})^{-\frac{1}{3}}$

Oplossings:

2.1 $(8)^{\frac{1}{3}}$
$= (2^3)^{\frac{1}{3}}$
$= 2$

2.2 $(\frac{1}{4})^{-2}$
$= 4^2$
$= 16$

2.3 $(8a^6b^{12})^{\frac{1}{3}}$
$= (2^3a^6b^{12})^{\frac{1}{3}}$
$= 2a^2b^4$

2.4 $\sqrt[5]{32^2}$
$= \sqrt[5]{(2^5)^2}$
$= (2^5)^{\frac{2}{5}}$
$= 2^2 = 4$

2.5 $(\frac{-2x^{-2}}{(-2x)^{-2}})^{-\frac{1}{3}}$
$= (\frac{-2x^{-2}}{-2^{-2}\,x^{-2}})^{-\frac{1}{3}}$
$= (-2x^{-2}.-2^2x^2)^{\frac{-1}{3}}$
$= (-2^3)^{\frac{-1}{3}}$
$= -2^{-1} = -\frac{1}{2}$

KAN JY die volgende uitdrukkings vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar?
Skryf jou antwoorde met positiewe eksponente.

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ **2.** $3^{-1}.2^0$ **3.** $\left(\frac{\sqrt{x}}{x^{\frac{-3}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ **4.** $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{-2}{3}}$ **5.** $\sqrt[3]{\frac{27a^3b^6}{64c^9}}$

Antwoorde:

1. 8 **2.** $\frac{1}{3}$ **3.** x **4.** $\frac{4}{9}$ **5.** $\frac{3ab^2}{4c^3}$

C. Vereenvoudig uitdrukkings deur van faktore gebruik te maak

Die vrae wat jy moet oplos kan verdeel word in een van twee tipes

Tipe 1: Hoe om uitdrukkings met een term te vereenvoudig

Wanneer die uitdrukking uit een term bestaan (slegs vermenigvuldiging en deling) faktoriseer dan in priem faktore en pas eksponent wette toe.

Volg die stappe van voorbeeld, stap vir stap totdat jy elke bewerking verstaan.

1. Skryf alle saamgestelde getalle as 'n produk van preim faktore.
2. Gebruik eksponent wette om magte te verhef.
3. Gebruik die reël van deling om alle grondtalle na die teller te skuif
4. Vereenvoudig dan

$\dfrac{a \rightarrow teller}{b \rightarrow noemer}$

Uitgewerkte voorbeeld 3

Vereenvoudig:

$$\frac{25^n.36^{n+1}}{81.\ 30^{2n}}$$

Faktoriseer in priem faktore

$$= \frac{(5^2)^n.(2^2.3^2)^{n+1}}{3^4.(2.3.5)^{2n}}$$

Pas eksponent wette toe

$$= \frac{5^{2n}.2^{2n+2}\ .3^{\ 2n+2}}{3^4.2^{2n}.3^{2n}.5^{2n}}$$

$$= 2^{2n+2-2n}.3^{2n+2-4-2n}$$

$$= 2^2.3^{-2}$$

$$= \frac{4}{9}$$

Onthou $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

Tipe 2: Hoe om uitdrukkings met meer as een term te vereenvoudig

Wanneer 'n uitdrukking uit meer as een term bestaan, moet jy die uitdrukking faktoriseer voor jy dit kan vereenvoudig (terme word geskei deur + of – tekens)

Volg die uitgewerkte voorbeelde stap vir stap totdat jy elke bewerking verstaan

1. Skei en faktoriseer
2. Vereenvoudig deur jou kennis van breuke te gebruik

Uitgewerkte voorbeeld 4

Vereenvoudig: $3^{x+1} + 3^x$ [die gemene faktor in elke term is 3^x]

$=3^x(3+1)$ Deel deur die gemene faktor

[$3^{x+1} \div 3^x = 3$ en $3^x \div 3^x = 1$]

$=3^x.4$

Uitgewerkte voorbeeld 5: Vereenvoudig:

$$\frac{2^{x+3} - 2.2^x}{2^x}$$

$$= \frac{2^x.2^3 - 2.2^x}{2^x}$$

$$= \frac{2^x(8-2)}{2^x}$$

$$= 6$$

KAN JY ?

Vereenvoudig die volgende uitdrukkings

1. $\dfrac{8^{n+3}.32^{-n-1}.6^{2n}}{9^n}$ **2.** $\dfrac{2.3^{x-1} - 3^x}{3^x - 3^{x-1}}$

3. Skryf neer die waardes van of *a*, *b* en *c* in elk van die vergelyking.

$64^a = 8$ $64^b = 4$ $64^c = 2$

Antwoorde:

1. 16 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $a = \frac{1}{2}$ $b = \frac{1}{3}$ $c = \frac{1}{6}$

D. Eksponensiële Vergelykings

Daar is twee soorte eksponensiële vergelykings:

Soort 1: Vergelykings met die eksponent as die onbekende
Soort 2: Vergelykings met die grondtal as die onbekende

Soort 1: Vergelykings met die eksponent as die onbekende

Hierdie Tipe vergelykings met die onbekende in die eksponent kan vereenvoudig word na een van die volgende soort:

I. Vergelykings met een term aan beide kant van die gelyk aan teken, bv. $a^x = a^b$, dan is $x = b$ vir $a \neq 0$

II. Vergelykings met meer as twee terme met 'n onbekende, en die onbekende is dieselfde in al die terme bv. $3^x = 3^{x-2} + 24$

III. Vergelykings waar een van die terme 'n eksponent van, "$2x$" is en 'n ander term 'n eksponent van, "x", bv. $5^{2x} - 4.5^x - 5 = 0$, dit word die oplossing van 'n kwadratiese vergelyking.

IV. Vergelykings waar een van die terme 'n eksponent van, "$-x$" is en 'n ander term 'n eksponent van, "x", bv. $2^{x+1} + 2^3 . 2^{-x} = 17$, dit word die oplossing van 'n kwadratiese vergelyking.

Bestudeer en werk deur hierdie uitgewerkte voorbeelde stap vir stap tot jy elke stap verstaan.

I. Vergelykings met een term aan beide kant van die vergelyking

Hierdie soort vergelyking gebruik die basiese beginsel dat as $a^x = a^b$, dan is $x = b$ vir $a \neq 0$.

Byvoorbeeld, beskou die vergelyking $3^x = 9$. Die vergelyking kan opgelos word as volg:

$3^x = 9$

$\therefore 3^x = 3^2$ skryf 9 as 'n mag met grondtal 3

$\therefore x = 2$ Vergelyk die eksponente

Die bedoeling is daarom om beide kante van die vergelyking met die dieselfde grondtal uit te druk sodat ons die eksponente kan vergelyk.

Uitgewerkte voorbeelde 6

As $x \in R$, los op vir x in die volgende vergelykings,

6.1 $4^{x-1} = 8^{-1}$ 6.2 $(5^{x-2})^x = 125$

Oplossings:

6.1 $4^{x-1} = 8^{-1}$

$(2^2)^{x-1} = (2^3)^{-1}$ druk elke term uit as 'n produk van hulle priem faktore

$2^{2x-2} = 2^{-3}$

$2x - 2 = -3$ vergelyk die eksponente

$2x = -1$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$

6.2 $(5^{x-2})^x = 125$

$5^{x^2-2x} = 5^3$ druk elke term uit as 'n produk van hulle priem faktore

$\therefore x^2 - 2x = 3$ vergelyk die eksponente

$x^2 - 2x - 3 = 0$ faktoriseer om die drieterm op te los

$(x-3)(x+1) = 0$

$\therefore x = 3$ of $x = -1$

KAN JY oplos vir x in die volgende vergelykings?

1. $9^{x+1} = 27^x$
2. $4 . 3^{7x} = 9 . 2^{7x}$

Antwoorde:

1. $\boldsymbol{x = 2}$ **2.** $\boldsymbol{x = \frac{2}{7}}$

vervolg….

D. Eksponensiële Vergelykings

Soort 1: Vergelykings met die eksponent as die onbekende

II. Vergelykings met meer as twee terme met 'n onbekende, en die onbekende is dieselfde in al die terme bv. $3^x = 3^{x-2} + 24$

Uitgewerkte voorbeelde 7

Los op vir x: $3^x = 3^{x-2} + 24$

Maak seker the terme met x is aan dieselde kant van die gelyk aan teken.

Oplossing:

$3^x - 3^{x-2} = 24$

$3^x(1 - 3^{-2}) = 24$ Faktoriseer gebruik gemene faktore

$3^x\left(\frac{8}{9}\right) = 24$ Vereenvoudig

$3^x = 24 \times \frac{9}{8}$

$3^x = 27$ druk elke term uit as 'n produk van hulle priem faktore

$3^x = 3^3$ stel die eksponente gelyk, want die grondtalle is gelyk

$\therefore x = 3$

III. Vergelykings waar een van die terme 'n eksponent van , "$2x$" is en 'n ander term 'n eksponent van, "x", bv. $5^{2x} - 4.5^x - 5 = 0$, dit word die oplossing van 'n kwadratiese vergelyking.

Uitgewerkte voorbeelde 8

Los op vir x: $5^{2x} - 4.5^x - 5 = 0$

een term het 'n eksponent "$2x$" en ander term met eksponent, "x"

Oplossing:

$5^{2x} - 4.5^x - 5 = 0$ [die koëffisiënte van die eksponente van x verskil]

$k^2 - 4k - 5 = 0$

$(k-5)(k+1) = 0$

$k = 5$ of $k = -1$

$5^x = 5^1$ of $5^x = -1$

$\therefore x = 1$

Laat $5^x = k$, dan is, $5^{2x} = k^2$
Faktoriseer die KWADRATIESE vergelyking
Los op vir k
Dan los op vir x

Omdat daar geen waarde van x is wat ons 'n negatief waarde sal gee nie (in die tweede oplossing), is hierdie oplossing ongeldig. Daarom is, $x = 1$,die enigste oplossing.

IV. Vergelykings waar een van die terme 'n eksponent van , "$-x$" is en 'n ander term 'n eksponent van, "x" ,bv. $2^{x+1} + 2^3.2^{-x} = 17$, dit word die oplossing van 'n kwadratiese vergelyking.

Uitgewerkte voorbeelde 8

Los op vir x: $2^{x+1} + 2^3.2^{-x} = 17$

een term het 'n eksponent "$-x$" en ander term met eksponent, "x"

Oplossing:

$2^{x+1} + 2^3.2^{-x} = 17$ Faktoriseer die LK

$2^x.2^1 + 2^3.\left(\frac{1}{2^x}\right) = 17$ skryf 2^{-x}, as $\frac{1}{2^x}$

$k.2^1 + 2^3\left(\frac{1}{k}\right) = 17$ Laat $2^x = k$, en maal met k

$2k^2 + 8 = 17k$

$2k^2 - 17k + 8 = 0$ faktoriseer die KWADRATIESE vergelyking

$(2k-1)(k-8) = 0$

$k = \frac{1}{2}$ of $k = 8$ Los op vir k

$2^x = 2^{-1}$ of $2^x = 2^3$ Los op vir x

$\therefore x = -1$ of $x = 3$

KAN JY vir x oplos ?

$4^{x+1} - 64 = 0$

$3.3^{2x} - 4.3^x = -1$

Antwoord:

$x = 2$ 2. $x = -1$ or 0

Vervolg…

D. Eksponensiële Vergelykings

Soort 2: Vergelykings met die grondtal as die onbekende

Wanneer ons eksponensiële vergelykings op los kan ons die volgende beginsel volg

As $x^{\frac{m}{n}} = c$, c is enige konstante dan:

- As m onewe is, dan is daar slegs een oplossing.
- As m ewe is, dan is daar twee oplossings, een positive en een negatief

As die onbekende veranderlike (sê x) 'n grondtal is, dan verhef ons beide kante met dieselfde eksponent (die resiprook van die mag van x) om die eksponent van die onbekende na 1 te verander

Uitgewerkte voorbeeld 10

Los op vir x:

10.1 $2x^{\frac{2}{3}} = 32$ 10.2 $x^{-\frac{3}{2}} = 64$

Oplossings:

10.1 $2x^{\frac{2}{3}} = 32$ [deel eers deur 2, wat die koeffisiënt van x is]

$x^{\frac{2}{3}} = 16$

$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \pm(16)^{\frac{3}{2}}$ [verhef beide kante na die resiprook mag]

$x = \pm(2^4)^{\frac{3}{2}}$ [druk 16 uit as 'n produk van hulle priem faktore]

$x = \pm 2^6$

$\therefore x = \pm 64$

10.2 $x^{-\frac{3}{2}} = 64$

$\left(x^{-\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}} = (64)^{-\frac{2}{3}}$ let asseblief op dat die resiprook mag moet ook negatief wees

$x = (2^6)^{-\frac{2}{3}}$

$x = 2^{-4}$

$\therefore x = \frac{1}{16}$

KAN JY?

1. Los op vir x as $3x^{\frac{5}{2}} = 96$
2. Los op vir x as $3x^{-\frac{5}{3}} + 16 = 112$

Antwoorde

1. $x = 4$
2. $x = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

E) Vereenvoudiging van Wortelvorme

https://youtu.be/hcsHHWvNZWo

- Definisie: 'n Wortelvorm is die wortel van 'n heelgetal wat 'n irrasionale getal oplewer.
- Daarom is 'n wortelvorm die wortel van 'n getal wat nie presies bepaal kan word nie.
- 'n Irrasionale getal is 'n getal wat nie uitgedruk kan word as 'n heelgetal of as 'n gewone breuk nie (d.w.s. 'n desimale getal wat nie- repeterend en oneindig is)
- Voorbeelde hiervan is $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ $\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ en $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
- As $\sqrt[n]{a} = x$, dan is $x^n = a$

Wette vir wortelvorme	voorbeelde	Verduidelikings
$\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x.y}$	• $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{15}$ • $\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$	Wanneer dieselde Wortelvorme gemaal word, maal ons die getalle onder die wortel vorm, en neem dan die wortel van die antwoord. $\sqrt{20}$ is nie in die mees eenvoudigste vorm nie 20 kan geskryf word as (4×5)
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	• $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{3}{18}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$ • $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$	Wanneer wortelvorme verdeel word, word die getalle onder die wortelvorm gedeel en die wortel van die kwosiënt word dan bepaal.
$a\sqrt{c} \pm b\sqrt{c} = (a \pm b)\sqrt{c}$	• $5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$	As die wortel van dieselfde getal of dieselfde veranderlike is word die wortelvorme hanteer soos gelyksoortige terme Dit kan opgetel of afgetrek word, en die wortel bly dieselfde.
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = \sqrt[mn]{x}$	• $\sqrt{\sqrt[3]{5^2}} = \sqrt[6]{5^2} = 5^{\frac{2}{6}} = 5^{\frac{1}{3}}$ • $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2$	Wanneer die wortel van 'n wortel bepaal word, is dit dieselfde as, as die enkel wortel van die produk van beide wortels.

Gebruik die wette en Definisies van wortelvorme

Soos met eksponensiële probleme, sal jy punte verloor as jy nie bewerkings toon nie, insluitend die skryf van deelbare getalle as magte van priem getalle of as priem faktore (gebruik slegs jou sakrekenaar om jou antwoorde te toets).

Vermenigvuldiging en Verdeling van wortelvorme

Uitgewerkte voorbeelde 11:

11.1 Vereenvoudig die volgende uitdrukkings sonder die gebruik van 'n sakrekenaar. Toon al jou berekeninge.

a) $\left(\sqrt{4}\right)^2 =$ b) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$ c) $\frac{\sqrt{12}\times\sqrt{24}}{\sqrt{8}} =$

11.2 Bepaal, sonder die gebruik van die sakrekenaar, wat groter is $\sqrt{7}$ of $\sqrt[3]{15}$?

Werk deur elke uitgewerkte voorbeeld en pas die Vermenigvuldiging en Verdeling wet van wortelvorme toe

$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ en $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Oplossings:

11.1

a) $\left(\sqrt{4}\right)^2$

$= \sqrt{4} \times \sqrt{4}$

$= \sqrt{16}$

$= 4$

b) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

$= \sqrt[3]{\frac{16}{2}}$

$= \sqrt[3]{8}$

$= 2$

c) $\frac{\sqrt{12}\times\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

$= \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}\times\sqrt{4}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{4}\times\sqrt{2}}$

$= \frac{2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}}{2}$

$= 2\sqrt{9}$

$= 2 \times 3 = 6$

11.2

$\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{7^3} = \sqrt[6]{343}$

druk uit as $\sqrt[6]{}$

$\sqrt[3]{15} = 15^{\frac{1}{3}} = 15^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{15^2} = \sqrt[6]{225}$

$\sqrt[6]{343} > \sqrt[6]{225}$

$\therefore \sqrt{7} > \sqrt[6]{15}$

KAN JY :

1. Die volgende uitdrukkings vereenvoudig?

a) $2\sqrt{3}.5\sqrt{3}$ **b)** $\left(3\sqrt{2}+3\right)\left(3\sqrt{2}-3\right)$

c) $\frac{\sqrt{50}+\sqrt{18}}{\sqrt{32}}$ d) $\sqrt{21}.\sqrt{60}.\sqrt{35}$

2. Rangskik in dalende volgorde $\sqrt[3]{5}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt[6]{26}$

Antwoorde:

1. a) 30 b) 9 **c)** 2 d) 210

2. $\sqrt{3}$; $\sqrt[6]{26}$; $\sqrt[3]{5}$

Optel en Aftrek van wortelvorme

Uitgewerkte voorbeeld 12: Vereenvoudig elk van die volgende:

12.1 $4\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ **12.2** $\frac{\sqrt{48}-\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$ **12.3** $2\sqrt{8}-4\sqrt{32}+3\sqrt{50}$

Oplossings:

12.1 $4\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ [Onthou slegs gelyksoortige wortelvorme kan opgetel of afgetrek word … dink aan dit as, $[4x+y-x-2y=3x-y]$]

$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

12.2 $\frac{\sqrt{48}-\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

$=\frac{\sqrt{16\times 3}-\sqrt{3}}{\sqrt{9\times 3}}$ [skryf elke getal as 'n produk van 'n vierkant getal en 'n ander getal]

$=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$ [gebruik die wortelvorm wette om die vierkantwortels te skei]

$=\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=1$

Let wel :

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=2\sqrt{2}$
$\sqrt{32}=\sqrt{16\times 2}=4\sqrt{2}$
$\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=5\sqrt{2}$

12.3 $2\sqrt{8}-4\sqrt{32}+3\sqrt{50}$

$=2\times 2\sqrt{2}-4\times 4\sqrt{2}+3\times 5\sqrt{2}$ vereenvoudig wortelvorme deur die gebruik van priemfaktore

$=4\sqrt{2}-16\sqrt{2}+15\sqrt{2}$ Tel op en trek af die gelyksoortige terme

$=3\sqrt{2}$

KAN JY die volgende wortelvorme vereenvoudig?

1. $\sqrt{7}+2\sqrt{7}$- $6\sqrt{7}$
2. $\frac{\sqrt{75}+\sqrt{48}}{\sqrt{12}}$
3. $\sqrt{50}\left(\sqrt{18}+\sqrt{32}\right)$

Antwoorde:

1. $-3\sqrt{7}$ **2.** $4\frac{1}{2}$ **3.** 70

F) Rationalisering van die noemer

https://youtu.be/w3PGLLT5nr4

Die beginsel van die rationalisering van die noemer is om die wortelvorme(irrasionale getalle) in die noemer te verwyder.

Dit is algemeen aanvaar dat 'n antwoord nie heeltemal in die eenvoudigste vorm is nie as daar 'n wortel/ wortelvorm in die noemer is.

$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ Om die noemer te rasionaliseer, is die doel om te vermenigvuldig met 'n vorm van 1(een) wat die wortelvorm van die noemer sal uitskakel.

Outhou: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Uitgewerkte Voorbeeld 13: Rationaliseer die noemer vir elk van die volgende:

13.1 $\frac{5}{\sqrt{11}}$ 13.2 $\frac{3}{2+\sqrt{2}}$

Oplossings:

13.1 $\frac{5}{\sqrt{11}}$

$= \frac{5}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$

$= \frac{5\sqrt{11}}{11}$

13.2 $\frac{3}{2+\sqrt{2}}$

$= \frac{3}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$= \frac{3(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

$= \frac{6-3\sqrt{2}}{2}$

KAN JY?

Rationaliseer die noemer van:

1. $\frac{6}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{5}{4-\sqrt{3}}$

Antwoorde: 1. $2\sqrt{3}$ 2. $\frac{20+5\sqrt{3}}{13}$

F) Vergelykings met wortelvorme:

Oplossing van vergelykings wat wortelvorme bevat:

- Om hierdie soort vergelyking op te los gebruik ons die basiese beginsel dat $\left(\sqrt{x}\right)^2 = x$
- Om vergelykings met wortelvorme op te los, rangskik die vergelyking sodat die term wat die wortelvorm bevat (of wortelteken: $\sqrt{}$) op hulle aan een kant van die vergelyking verskyn. Indien dit nie gedoen word nie sal die middel term, wanneer die uitdrukking kwadreer word, weer 'n wortelvorm bevat.
- Die geldigheid van alle moontlike oplossings MOET getoets word deur substitusie in die oorspronklike vergelyking.
- Vanaf gr 10 inhoud weet ons dat: as $x \geq 0$ dan sal die uitdrukking $\sqrt{x}$ 'n reële getal wees.
- Byvoorbeeld, $\sqrt{16}$; $\sqrt{5}$; $-\sqrt{6}$ is reële getalle omdat die getalle onder die vierkantswortelteken positief is.
- Maar, as $x < 0$, dan sal die uitdrukking $\sqrt{x}$ 'n **nie- reële** getal wees
- Byvoorbeeld , $\sqrt{-1}$; $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-16}$ is **nie- reële** getalle omdat die getalle onder die vierkantswortelteken negatief is.
- As 'n moontlike oplossing nie die oorspronklike vergelyking bevredig nie, is dit nie 'n geldige oplossing nie.

Uitgewerkte voorbeelde 14:

Los op vir x: $\sqrt{2x-4}+x=6$

Oplossing:

$$\sqrt{2x-4}+x=6$$

$$\sqrt{2x-4}=6-x \quad \text{[Isoleer die term met die wortelvorm]]}$$

$$\left(\sqrt{2x-4}\right)^2=(6-x)^2 \quad \text{[kwadreer beide kante van die vergelyking]}$$

$$2x-4=36-12x+x^2$$

$$0=36+4-12x-2x+x^2$$

$$x^2-14x+40=0 \quad \text{[los die vergelyking op]}$$

$$(x-10)(x-4)=0$$

$$\therefore x=10 \text{ of } x=4$$

$x\neq 10$ en $x=4$ is die enigste oplossing

Werk deur die uitgewerkte voorbeeld totdat jy die werk verstaan **en weet** waarom en hoe om elke berekening te doen

Toets die antwoorde vir geldigheid

As $x=10$

$\text{LK}=\sqrt{2(10)-4}+10$

$=\sqrt{16}+10$

$=14\neq 6 \quad \therefore LK\neq RK$

Toets die antwoorde vir geldigheid

As $x=4$

$\text{LK}=\sqrt{2(4)-4}+4$

$=\sqrt{4}+4$

$=6 \quad \therefore LK=RK$

Let Wel: Dit is as gevolg van die toets vir geldigheid hierbo.

<u>Konsolidasie:</u>

KAN JY?

1. Los op vir x in: $\sqrt{x+2}-x=0$
2. Los op vir x in: $\sqrt{3x+4}=2x+3$

Antwoorde:

1. $x=2$ 2. $x=-1$ or $x=-\frac{5}{4}$

- Onthou om die getallestelsel te hersien om seker te maak dat jy al die verskillende soorte getalle ken.
- Eksponente en Wortelvorme is deel van algebraiese uitdrukkings wat omtrent 30% van die finale Vraestel 1 eksamen is.
- 'n Deeglike kennis van eksponente sal jou help in differensiaalrekening in Grade 12.
- Vergelykings met wortelvorme moet deeglik gedek word – leerders moet hul oplossings toets om die oorspronklike vergelyking te bevredig.
- Oefen deur ou vraestelle uit te werk om gewoond te raak aan die wyse hoe vrae gevra word in die eksamens.

ACTIVITY	**Mind Action Series** Hersiening oefening Bl 18	**Via Africa** Opsomming en vrae Bl. 18 -19	**Siyavula** Einde van hoofstuk oefeninge Bl 16 en 17	Wiskunde in die klaskamer Hersiening en konsolidasie Bl 22	Platinum Hersiening Bl 20 - 21