

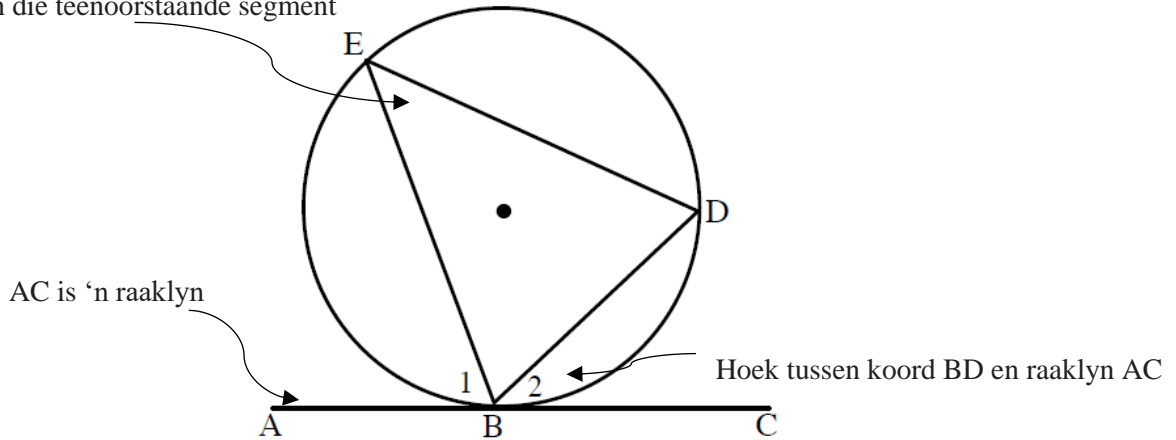


<b>VAK EN GRAAD</b>	<b>WISKUNDE Gr 11</b>	
<b>KWARTAAL 1</b>	<i>Week 7</i>	
<b>ONDERWERP</b>	<b>Raaklyn Stellings</b>	
<b>DOEL VAN LES</b>	<i>Noem en bewys van die stellings by sirkel meetkunde:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>• 'n Raaklyn aan 'n sirkel is loodreg op die radius by die raakpunt.</li><li>• Die hoek tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord getrek uit die raakpunt is gelyk aan die hoek in die teenoorstaande sirkelsegment.</li><li>• As twee raaklyne vanuit dieselfde punt buite 'n sirkel getrek word, is hulle ewe lank.</li></ul>	
<b>BRONNE</b>	<i>Papiergebaseerde bronne</i>	<i>Digitale bronne</i>
	Verwys na die hoofstuk in jou handboek oor sirkel meetkunde.	<i>Bewys van raaklyn koord stelling:</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=mZJss1mPIJc">https://www.youtube.com/watch?v=mZJss1mPIJc</a>  <i>Raaklyne vanuit dieselfde punt: Voorbeelde</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=R6SIk3xMg2I">https://www.youtube.com/watch?v=R6SIk3xMg2I</a>  <i>Al drie raaklyn stellings in een:</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=nmFXdJ3oiEY">https://www.youtube.com/watch?v=nmFXdJ3oiEY</a>  <i>Sirkelmeetkunde alle stellings in kort:</i> <a href="https://www.youtube.com/watch?v=KT2Kt7dfy00">https://www.youtube.com/watch?v=KT2Kt7dfy00</a>
<b>INLEIDING</b>		
<p>Daar is verskillende eienskappe van hoeke in sirkels, wat deur stellings beskryf word. In hierdie les gaan ons kyk na <b>DRIE stellings</b> wat betrekking het op <b>RAAKLYNE</b> aan 'n sirkel:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• 'n Raaklyn aan 'n sirkel is loodreg op die radius by die raakpunt.</li><li>• Die hoek tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord getrek uit die raakpunt is gelyk aan die hoek in die teenoorstaande sirkelsegment.</li><li>• As twee raaklyne vanuit dieselfde punt buite 'n sirkel getrek word, is hulle ewe lank.</li></ul>		

## BASIESE SIRKEL TERMINOLOGIE

- **RAAKLYN:** Die raaklyn aan 'n sirkel word gedefinieer as 'n reguitlyn lyn wat die sirkel net by een punt raak. Die punt waar die raaklyn die sirkel raak word die **raakpunt** genoem.

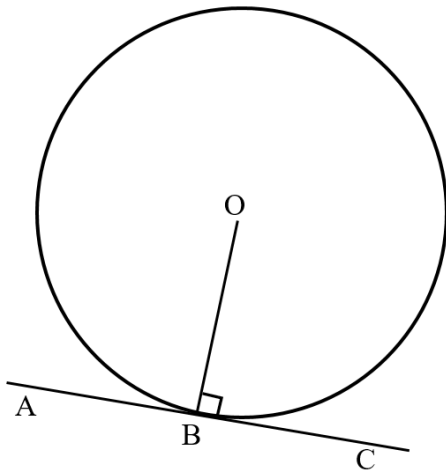
Hoek in die teenoorstaande segment



## KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

### STELLING 8

'n Raaklyn aan 'n sirkel is loodreg op die radius by die raakpunt.



As AC 'n raaklyn en OB 'n radius is, dan  $OB \perp AC$

### OMGEKEERDE STELLING 8

As 'n lyn loodreg op 'n radius getrek word by die punt waar die radius die sirkel ontmoet, is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel.

Jy hoef nie die bewys van hierdie stelling vir eksamen doeleindes te ken nie.

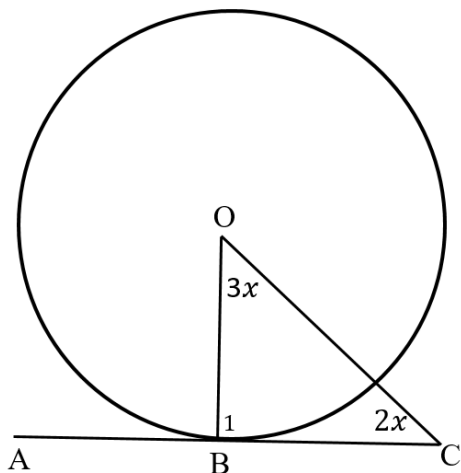
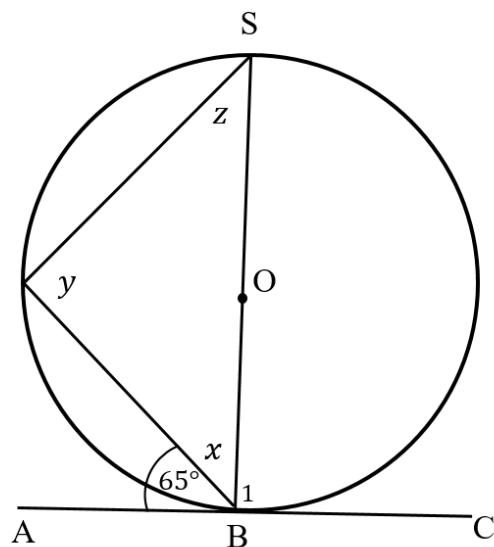
**Aanvaarbare REDE**  
indien die  
**STELLING** in 'n  
eksamen gebruik  
word:

**Raaklyn  $\perp$  radius**

**Omgekeerde raaklyn  $\perp$  radius**

**VOORBEELD 1**

In die volgende diagramme is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal, met redes, die waarde van  $x$ ;  $y$  en  $z$ .

**1.1****1.2 – KAN JY?****ANTWOORD:****Bewering**

**1.1**  $\widehat{B}_1 = 90^\circ$

$$2x + 3x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$

**1.2**  $x = 25^\circ$

$$y = 90^\circ$$

$$z = 65^\circ$$

**Rede**

raaklyn  $\perp$  radius

$\angle$  e in  $\Delta$

raaklyn  $\perp$  radius

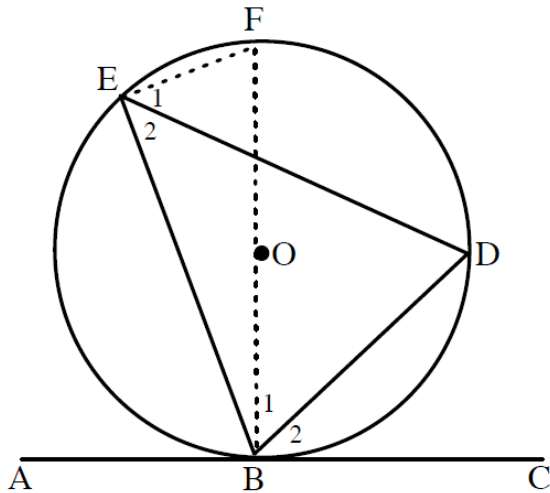
$\angle$  in semi-sirkel

$\angle$  e in  $\Delta$

## KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

### STELLING 9

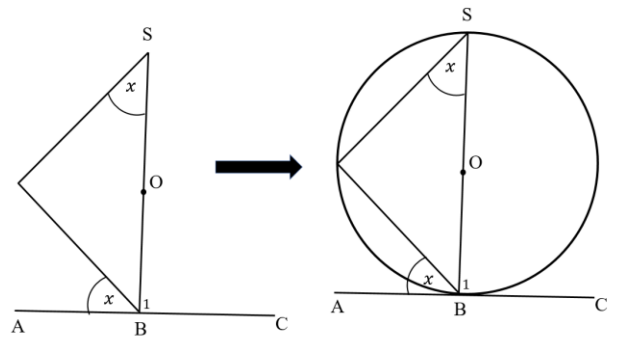
Die hoek tussen 'n raaklyn aan 'n sirkel en 'n koord getrek uit die raakpunt is gelyk aan die hoek in die teenoorstaande sirkelsegment



$$\widehat{B}_2 = \widehat{E}_2 \text{ en } \widehat{A\widehat{B}E} = \widehat{D}$$

### OMGEKEERDE STELLING 9

As 'n lyn wat deur die eindpunt van 'n koord getrek word om 'n hoek wat gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande sirkelsegment met die koord te vorm, dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel.



Aanvaarbare REDE  
indien die stelling in 'n  
eksamen gebruik word:

Raaklyn-koord stelling

Omgekeerde raaklyn-koord stelling

### BEWYS VAN STELLINGS

**Gegee:**  
Raaklyn ABC

**Te bewys:**  $\widehat{B}_2 = \widehat{E}_2$

**Konstruksie:** Trek middellyn BOF en verbind EF

**Bewys:**

$$\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ$$

raaklyn  $\perp$  radius

$$\widehat{E}_1 + \widehat{E}_2 = 90^\circ$$

$\angle$  in semi-sirkel

$$\text{Stel } \widehat{B}_1 = x$$

$$\therefore \widehat{B}_2 = 90^\circ - x$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{E}_1 = x$$

$\angle$  e in dieselfde  $\odot$  segment

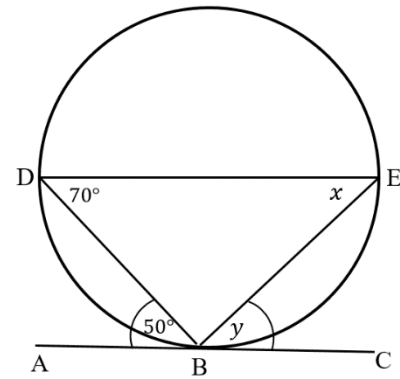
$$\therefore \widehat{E}_2 = 90^\circ - x$$

$$\therefore \widehat{B}_2 = \widehat{E}_2$$

**VOORBEELD 2**

In die diagram is AC 'n raaklyn aan die sirkel by punt B.

2.1 Bepaal, met redes, die waarde van  $x$  en  $y$ .

**ANTWOORD:****Bewering**

2.1  $x = 50^\circ$

$y = 70^\circ$

**Rede**

Raaklyn-koord stelling

Raaklyn-koord stelling

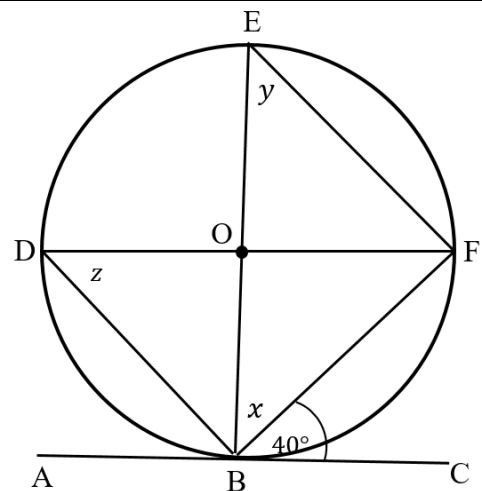
**VOORBEELD 3– KAN JY?**

In die diagram is AC 'n raaklyn aan die sirkel by punt B. O is die middelpunt van die sirkel.

3.1 Bepaal, met redes, die waarde van  $z$ .

3.2 Bepaal, met redes, die waarde van  $x$ .

3.3 Bepaal, met redes, die waarde van  $y$ .

**ANTWOORD:****Bewering**

3.1  $z = 40^\circ$

3.2  $x = 50^\circ$

3.3  $y = 40^\circ$

**Rede**

Raaklyn-koord stelling

raaklyn  $\perp$  radius

Raaklyn-koord stelling

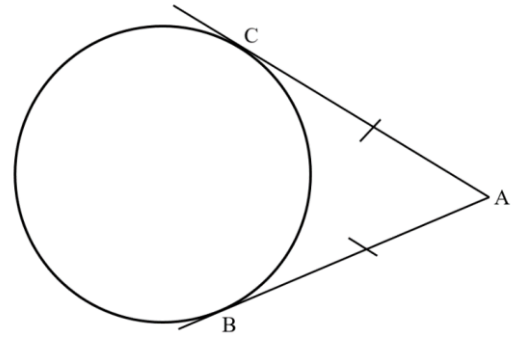
## KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

### STELLING 10

As twee raaklyne vanuit dieselfde punt buite 'n sirkel getrek word, is hulle ewe lank.

Jy hoef nie die bewys van hierdie stelling vir eksamendoeleindes te ken nie.

KAN JY DINK AAN EEN?



As AC is 'n raaklyn en AB is 'n raaklyn dan  $AC = AB$

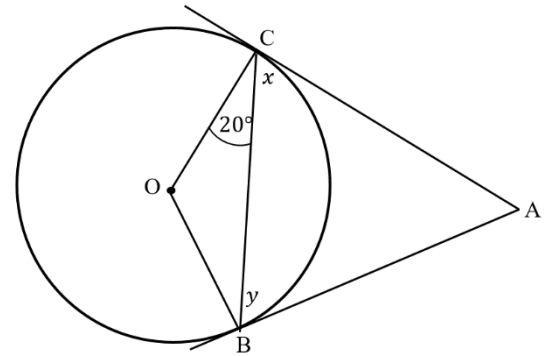
**Aanvaarbare REDE indien die STELLING in 'n eksamen gebruik word:**

**Raaklyne vanuit dieselfde punt A.**

### VOORBEELD 4

In die diagram is AC en AB raaklyne aan die sirkel by punt C en B. O is die middelpunt van die sirkel.

4.1 Bepaal, met redes, die waarde van  $x$  en  $y$ .



### ANTWOORD:

#### Bewering

4.1  $AC = AB$

$$x = 70^\circ$$

$$y = 70^\circ$$

#### Rede

Raaklyne vanuit dies. punt A

raaklyn  $\perp$  radius

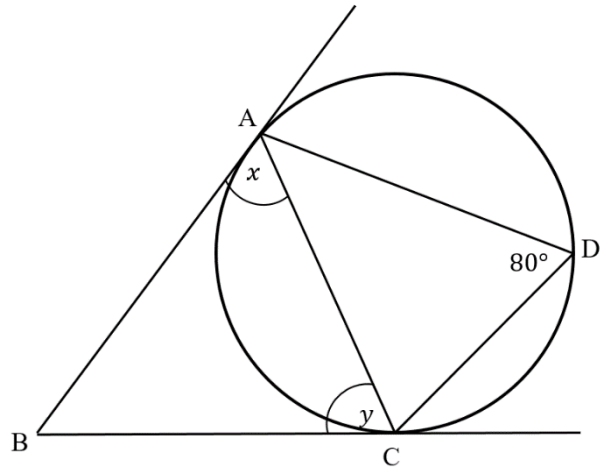
$\angle$  e teenoor gelyke raaklyne.



### VOORBEELD 5– KAN JY?

In die diagram is AB en BC raaklyne aan die sirkel by punt A en C.

5.1 Bepaal, met redes, die waarde van  $x$  en  $y$ .



#### ANTWOORD:

##### Bewering

5.1  $AB = BC$

$$x = 80^\circ$$

$$y = 80^\circ$$

##### Rede

Raaklyne vanuit dies. punt B

Raaklyn-koord stelling

$\angle$  e teenoor gelyke raaklyne

#### AKTIWITEITE/ASSESSERING

##### MIND ACTION SERIES

(May 2012 Uitgawe) Hoofstuk 8

- p 234 Oefening 8
- p 236 Oefening 9

##### WISKUNDE IN DIE KLASKAMER

- p 275 Oefening 10.6
- p 277 Oefening 10.7

##### VIA AFRICA

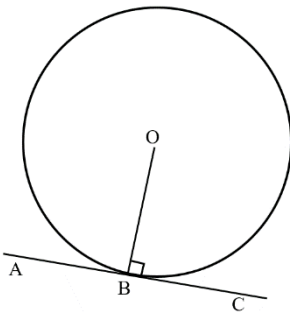
Hoofstuk 8

- p 222 Oefening 8

#### KONSOLIDASIE

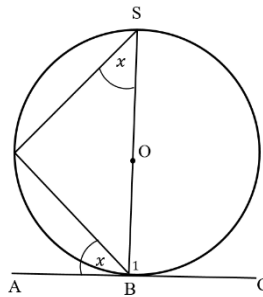
- Ken en verstaan die bewoording van die **DRIE** stelling(s) oor koordevierhoeke
- Leer die korrekte bewoording van die redes vir die Stelling(s).

1.



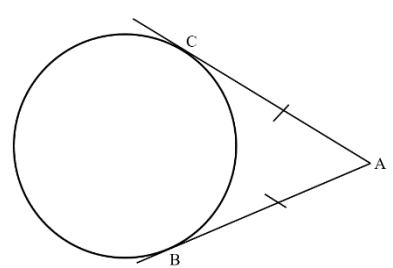
raaklyn  $\perp$  radius

2.



Raaklyn-koord stelling

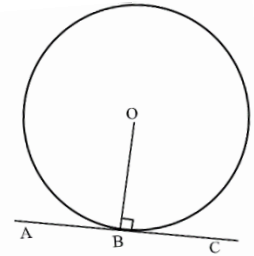
3.



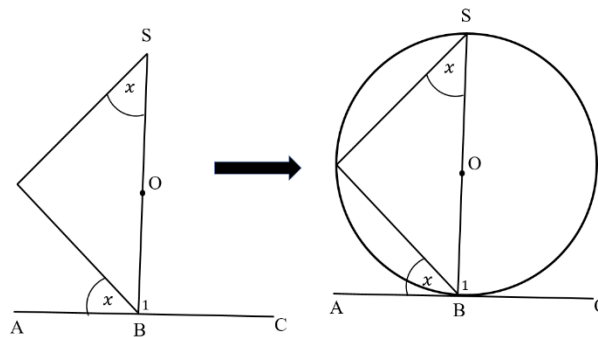
Raaklyne vanuit dieselfde punt

Daar is **TWEE** voorwaardes om te bewys dat 'n lyn 'n raaklyn is:

1. Bewys dat die lyn loodreg getrek is op 'n radius by die punt waar die radius die sirkel ontmoet. Dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel.



2. Bewys dat 'n lyn wat deur die eindpunt van 'n koord getrek is, 'n hoek vorm met die koord wat gelyk is aan die hoek in die teenoorstaande segment. Dan is die lyn 'n raaklyn aan die sirkel:



**WAARDES**

'n Lyn is 'n raaklyn aan 'n sirkel as dit die sirkel by een en slegs een punt raak. As 'n lyn 'n raaklyn aan 'n sirkel is, is dit loodreg op die radius wat na die raakpunt getrek word. Bestudeer die wiele van die fiets in die onderstaande skets.



In die figuur is die wiele, natuurlik, sirkels. Die speke is radiuses en die grond vorm 'n raaklyn. Die punt waar elke wiel die grond raak is 'n raakpunt. En die mees belangrikste — soos die stelling jou leer — is dat die radius wat na die raakpunt toe gaan, loodreg is op die raaklyn.

<https://www.dummies.com/education/math/geometry/how-a-tangent-relates-to-a-circle/>