VAK en GRAAD	Wiskunde Graad 11	
KWARTAAL 1	Week 4	
ONDERWERP	Aard van wortel en kwadratiese vergelykings	
UITKOMS VAN LES	• Bespreek die aard van wortels van kwadratiese vergelykings. • Los woordprobleme op, deur kennis van vergelykings te gebruik.	
HULPBRONNE	***Papier gebaseerde hulpbronne***	***Digitale hulpbronne***
	Gaan asseblief na die aard van wortels hoofstuk in jou handboek.	Waar jy hierdie prentjie sien in die lesplan kan jy daarop kliek vir 'n video om jou te help met die verstaan van die inhoud wat bespreek word.

LES 1 a – Aard van wortels

INLEIDING

Aard van wortels is 'n nuwe konsep in gr 11 daarom sal ons van voorkennis gebruik maak om die nuwe konsepte beter te verstaan.

Voorkennis:

(1) Oplos van vergelykings met die **FORMULE**

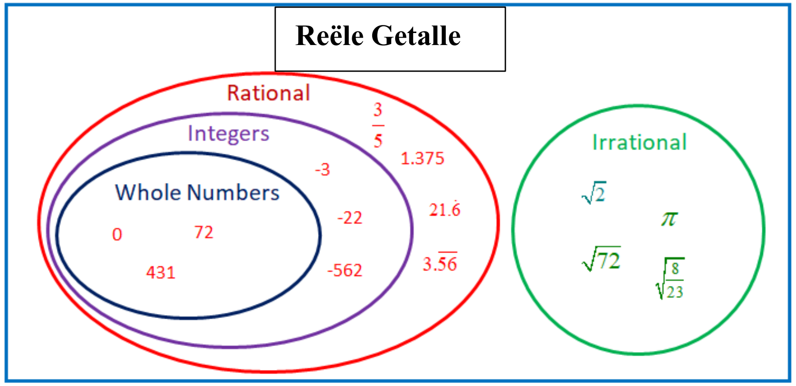
As $ax^2 + bx + c = 0$ dan $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

(2) Die **wortels** van 'n vergelyking verwys na die **oplossing** van die vergelyking.

Die wortels van 'n kwadratiese vergelyking kan:

- ✓ **Reël of nie-reël**
- ✓ **Rasionaal of irrasionaal**
- ✓ **Gelyk(twee gelyke oplossings) of ongelyk (twee verskillende oplossings)**

(3) Verstaan dat reële getalle irrasionaal sowel as rasionaal kan wees.



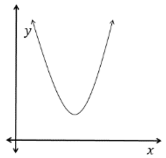
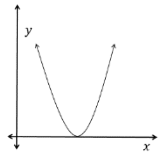
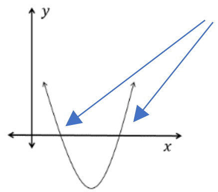
KONSEPTE EN VAARDIGHEDE **https://youtu.be/-Unja0q78h4**

Aard van wortels.

Wanneer ons die word aard in die konteks gebruik, verwys dit na die kenmerke of karakters van getalle

Die wortels van 'n vergelyking is ook die oplossing van die vergelyking wat beteken die x-afsnitte van 'n funksie kan ook die wortels genoem word

- Wanneer ons die aard van wortels bespreek, bespreek ons die tipe getalle wat die wortels kan wees.
- Die wortels van enige kwadratiese vergelyking $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ kan gekry word deur die kwadratiese formule te gebruik $\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$
- Die aard van wortels kan gekry word deur die diskriminant te bepaal, wat ook delta genoem word (die deel onder die vierkantswortel) $\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$
- Drie verskillende moontlikhede kan vir delta verkry word wanneer die aard van wortels bepaal word, soos opgesom hieronder.

$\Delta = \boldsymbol{b^2 - 4ac}$	**Aard van wortels**	**Voorbeeld**	**Grafiek**
$b^2 - 4ac < 0$	Nie-reël	$\sqrt{-17}$ of $\Delta = -17$	 Nie reële wortels
$b^2 - 4ac = 0$	Reël. Gelyk, rasionaal	$\sqrt{0}$ of $\Delta = 0$	 Slegs een herhaalde wortel. Word ook beskryf as twee gelyke wortels. Die wortel sal reël wees.
$b^2 - 4ac > 0$	Reël, ongelyk, rasionaal Reël, ongelyk, irrasionaal	$\sqrt{25}$ of $\Delta = 25$ volkome vierkant $\sqrt{3}$ of $\Delta = 3$ nie volkome vierkant	 Daar sal twee ongelyke reële wortels wees

Daar is drie tipe vrae wat ons sal beantwoord wanneer ons met die aard van wortels werk.

- Noem of beskryf die aard van wortels as jy die vergelyking gegee word.
- Noem of beskryf die aard van die wortels as jy die wortels van die vergelyking gegee word.
- Bepaal die waarde van die onbekende, as jy die wortels en die aard van die wortels gegee word.

VOORBEELD 1

1.1

VOORBEELD 1.1 a

Los op vir x as:

$$\boldsymbol{2x^2 - 5x + 9 = 0}$$

OPLOSSING:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\boldsymbol{a = 2\,;\, b = -5\,;\, c = 9}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(9)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{+5 \pm \sqrt{-47}}{4}$$

GEEN OPLOSSING !

Na aanleiding van die antwoord kan ons sien daar is geen reële wortels nie

VOORBEELD 1.1 b

Bepaal die aard van die wortels as:

$$\boldsymbol{2x^2 - 5x + 9 = 0}$$

Ons kan sien dat die aard van wortels alleenlik afhanklik is van die waarde van Δ in die formule

Daarom is dit nie nodig om al die berekeninge te doen as ons net in die aard van wortels belang stel nie.

Ons moet SLEGS die waarde van Δ bepaal:

OPLOSSING:

$$\boldsymbol{a = 2\,;\, b = -5\,;\, c = 9}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (-5)^2 - 4(2)(9)$
$= -47$

$\therefore$ Wortels is:
Nie-Reël ($\Delta < 0$)

Onthou jou uitdrukking moet in standaard vorm wees sodat ***a, b*** en ***c*** verkry kan word en

$\mathbf{b^2 - 4ac}$ bepaal kan word

1.2	**VOORBEELD 1.2a**	**VOORBEELD 1.2b**
	Los op vir $\boldsymbol{x}$ as: $\boldsymbol{x^2 + 1 = 2x}$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ [skryf eerste in standaardvorm] **Oplossing** $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\boldsymbol{a} = 1 \ \ \boldsymbol{b} = -2 \quad \boldsymbol{c} = +1$ $x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$ $x = \dfrac{+2 \pm \sqrt{0}}{2}$ $x = 1 \ \ or \ \ x = 1$ *Vanuit ons antwoord kan ons sien daar is reële wortels. Daar is TWEE gelyke wortels en die wortels is rasionale getalle*	**Bepaal die aard van die wortels as:** $\boldsymbol{x^2 + 1 = 2x}$ *Ons kan sien dat die aard van wortels alleenlik afhanklik is van die waarde van Δ in die formule* *Daarom is dit nie nodig om al die berekeninge te doen as ons net in die aard van wortels belang stel nie.* *Ons kan SLEGS die waarde van Δ bepaal:* **Oplossing** $x^2 - 2x + 1 = 0$ [skryf eerste in standaardvorm] $\Delta = b^2 - 4ac$ $= (-2)^2 - 4(1)(1)$ $= 0$ $\therefore$ Wortels is: • **Reël** ($\Delta \geq \boldsymbol{0}$) • **Rasionaal** ($\Delta$ $\boldsymbol{volkome\ vierkant}$) • **gelyk** ($\Delta = \boldsymbol{0}$) Volg die stappe wanneer jy die aard van wortels moet bepaal • Skryf vergelyking in standaardvorm • Vervang *a, b* en *c* • Bereken die diskriminant, Δ • Beskryf die aard van wortels

1.3

VOORBEELD 1. 3a

Los op vir x as:

$x^2 + 3x - 10 = 0$

Oplossing

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\boldsymbol{a} = 1 \quad \boldsymbol{b} = 3 \quad \boldsymbol{c} = -10$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$x = 2 \qquad or \;\; x = -5$

Vanuit ons antwoord kan ons sien daar is reële wortels. Daar is TWEE ongelyke wortels en die wortels is rasionale getalle .

VOORBEELD 1.3 b

Bepaal die aard van wortels as:

$x^2 + 3x - 10 = 0$

Ons kan sien dat die aard van wortels alleenlik afhanklik is van die waarde van Δ in die formule

Daarom is dit nie nodig om al die berekeninge te doen as ons net in die aard van wortels belang stel nie.

Ons kan SLEGS die waarde van Δ bepaal:

Oplossing

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (3)^2 - 4(1)(-10)$
$= 49$

$\therefore$ Wortels is:

- **Reël** ($\Delta \geq \mathbf{0}$)
- **rasionaal** (Δ ***volkome vierkant***)
- **ongelyk** ($\Delta \neq \mathbf{0}$)

KAN JY?

Bepaal die aard van wortels vir die onderstaande vergelykings:

1. $2x^2 + x - 3 = 0$ 2. $x^2 + 4x = 2$ 3. 4. $x^2 + 3 = x$ $4x + \frac{1}{x} = 4$

Antwoorde:

1. $\Delta = 25$ Wortels is reël, rasionaal en ongelyk **2.** $\Delta = 8$ Wortels is reël, rasionaal en ongelyk

3. $\Delta = -11$ Wortels is nie-reël, denkbeeldig, daar is geen reële wortels **4.** $\Delta = 0$ Wortels is reël , rasionaal en gelyk

Ons sal nou leer hoe om die waarde van 'n onbekende te bepaal, wanneer die aard van wortels gegee word

VOORBEELD 2:

Beskryf die aard van die wortels van $f(x) = 0$, as $x = \frac{-m \pm \sqrt{(m-2)^2}}{2}$ en $m \neq 2$.

Oplossing:

$\Delta = (m-2)^2$ dit is 'n volkome vierkant

$\therefore$ Wortels is:

- **Reël** ($\Delta > \mathbf{0}$)
- **Rasionaal** (Δ ***volkome vierkant***)
- **Ongelyk** ($\Delta \neq \mathbf{0}$) **want** $\boldsymbol{m \neq 2}$

KAN JY?

Beskryf die aard van die wortels van $f(x) = 0$, as $x = \frac{-k \pm \sqrt{-3k^2 - 4}}{2}$

Antwoord:

$\Delta < \mathbf{0}$, **dws die wortel is nie-reël**

VOORBEELD : 3

Die wortels van die vergelyking $f(x) = 0$ is $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4m(-m+5)}}{2m}$

Bepaal die waardes van m waarvoor die wortels **nie-reële** sal wees.

Oplossing:

Vir **nie-reële** wortels:

$$\begin{aligned} 16 - 4m(-m+5) &< 0 \\ m^2 - 5m + 4 &< 0 \\ (m-4)(m-1) &< 0 \\ \therefore \quad 1 < m &< 4 \end{aligned}$$

Kan Jy:

As $f(x) = 0$ wortels het $x = \frac{-5 \pm \sqrt{3 - 12k^2}}{4}$, vir watter waardes van k sal die wortels **gelyk** wees:

Antwoord: $k = \pm\frac{1}{2}$

LES 2b – **WOORD PROBLEME**

INLEIDING:

Oor die algemeen sukkel leerders in alle grade veral met woord-probleme.

Dit is nie moontlik om elke liewe woordprobleem te wys wat jy gevra kan word nie maar in die les sal ons na verskillende metodes kyk wat jou beter sal toerus om die probleme aan te pak.

Probleemoplossing is ‘n integrale deel van die lewe en ‘n belangrike vaardigheid om oor te beskik.

KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

In hierdie les sal ons na Wiskunde kyk om ons te help om werklike probleme op te los wat ons in die daaglikse lewe kry deur ons kennis van kwadratiese vergelykings te gebruik

Riglyne en belangrike metodes om te oorweeg wanneer woordprobleme opgelos word

1. Lees elke probleem drie keer. Eerstens om te bepaal wat die probleem is, tweedens om die “wiskunde” woorde te identifiseer en die derde om ‘n vergelyking te genereer.
2. Maak seker jy verstaan die storielyn. Gebruik ‘n breinkaart om die probleem op te som.
3. Dit is goed om ‘n skets te maak van die probleem.
4. Besluit wat presies gevra word en maak seker die veranderlike word voorgestel in die vergelyking.
5. Indien daar twee onbekendes is maak die kleiner een die onderwerp veranderlike.
6. Indien twee of meer items betrokke is, druk een item in terme van die ander uit.
   Byvoorbeeld: Die seun is twee keer so oud soos sy suster.
   Die suster is jonger so sy kan voorgestel word deur die gekiesde veranderlike (x die mees algemeenste) en die seun se ouderdom sal dan 2x wees.
7. Genereer nou jou vergelyking deur gebruik te maak van enige ander inligting in die gegewe vraag.
8. Maak seker jou antwoorde maak sin, byvoorbeeld die ouderdom kan nie negatief wees nie.
9. Lees die vraag weer om seker te maak dat jy die vrae beantwoord het voordat jy aan beweeg na ‘n volgende vraag.

Ons gaan nou ‘n paar voorbeelde doen, lees en bestudeer die riglyne sodat jy kan verstaan watter kennis of vaardigheid jy kan gebruik, om vir jou toe te rus om die voorbeelde sowel as oefening te kan doen en verstaan.

<table>
<tr><td colspan="3">VOORBEELD 4</td></tr>
<tr><td>4.1</td><td>Die produk van twee opeenvolgende heelgetalle is 30
Bepaal die twee heelgetalle
$x\ and\ x+1$

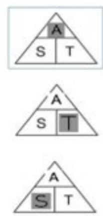
$\therefore x(x+1)=30$
Los op die vergelyking:
$\therefore x(x+1)=30$
$x^2+x-30=0$
$(x+6)(x-5)=0$
$x=-6\ \ or\ \ x=5$
As $x=-6$ dan sal $x+1\ gelyk\ aan -5$
As $x=5$ dan sal $x+1\ gelyk\ aan\ 6$

Daarom sal die getalle wees
$-6\ en -5\ \ OF\ \ 5\ en\ 6$</td><td>Oplossing
Verstaan jy die terminologie? (produk, opeenvolgend, heelgetalle) om ’n som te maak
Laat eerste getal x wees, die volgende opeenvolgende getal sal $x+1$

Vorm nou jou vergelyking deur van die inligting in die woordsom gebruik te maak.

Die twee getalle moet saam vermenigvuldig word om 30 te kry.

$-6\times -5=30$ en $5\times 6=30$</td></tr>
<tr><td>4.2</td><td>Twee atlete hardloop 06h00 in teenoorgestelde rigtings. Een hardloop teen ‘n gemiddelde spoed van 10km/h en die ander teen ‘n gemiddelde spoed van 6km/h. Teen watter tyd sal hulle 80km weg van mekaar wees?

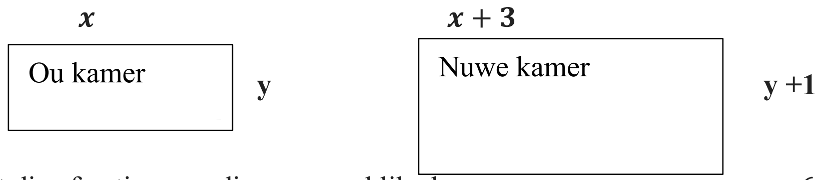
$10x+6x=80$
$16x=80$
$x=5$
Dit sal 5 ure neem vir hulle om 80km weg van mekaar sal wees
∴ Hulle sal teen 11h00, 80km weg van mekaar wees.</td><td>Oplossing
Jy moet die verhouding tussen afstand, spoed en tyd ken.
Hierdie driehoeke sal jou help om probleme met afstand, , spoed en tyd op te los.

$afstand = spoed \times tyd$
$spoed = \frac{afstand}{tyd}$
$tyd = \frac{afstand}{tyd}$

Stel die tyd(aantal ure) gelyk aan x
Stel ‘n tabel op om jou te help om die probleem op te los.
Ons kan die formule vir afstand gebruik as ons die waardes van spoed en tyd het
<table><tr><td></td><td>Spoed</td><td>afstand</td><td>tyd</td></tr><tr><td>Atleet 1</td><td>10km / h</td><td>$10\times x$</td><td>x</td></tr><tr><td>Atleet 2</td><td>6km / h</td><td>$6\times x$</td><td>x</td></tr></table></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>4.3</td>
<td>‘n Kamer is vergroot deur die lengte met 3m en die breedte met 1m aan te pas. Die area van die nuwe kamer is nou 3 keer groter as die oorspronklike kamer. Bepaal die oorspronklike afmetings van die kamer as die area $6m^2$ was.

$xy = 6$ and $(x+3)(y+1) = 18$
$xy = 6$
$\therefore y = \frac{6}{x}$

$$(x+3)(y+1) = 18$$
$$(x+3)\left(\frac{6}{x}+1\right) = 18$$
$$6 + x + \frac{18}{x} + 3 = 18$$
$$6x + x^2 + 18 + 3x = 18x$$
$$x^2 - 9x + 18 = 0$$
$$(x-6)(x-3) = 0$$

$$x = 6 \text{ or } x = 3$$
$$\therefore y = 1 \text{ or } y = 2$$
Die oorspronklike afmetings was 6m en 1m
Of 3m en 2m</td>
<td>Oplossing
Dit sal vir jou help om ‘n skets van die probleem te maak.


Laat die afmeting van die oorspronklike kamer x en y wees $\therefore x \times y = 6m^2$
Die nuwe kamer sal dan
$x + 3$ en $y + 1$ wees (toegeneemde afmetings)

Ons kan nou van gelyktydige vergelykings gebruik maak om x en y op te los.

KGV = x

Skryf in standaardvorm</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">KAN JY?
Los die volgende probleem op:</td>
<td>Antwoorde</td>
</tr>
<tr>
<td>1.</td>
<td>Die som van twee getalle is 20, die produk van dieselfde twee getalle is 99. Bepaal die twee getalle</td>
<td>9 en 11</td>
</tr>
<tr>
<td>2.</td>
<td>Kim se ma is 6 keer so oud soos Kim. Die produk van hulle ouderdomme is 150. Wat is hulle ouderdomme onderskeidelik?</td>
<td>Kim is 5 en haar ma is 30 jaar oud.</td>
</tr>
<tr>
<td>3.</td>
<td>Ricky het besluit om haar vriende vir koffie te neem by die Corner Coffee House. Ricky betaal R54,00 vir vier</td>
<td>‘n cappuccino kos R9 en ‘n filter koffie R6</td>
</tr>
</table>

	cappuccino's en drie koppies filter koffie. Indien een cappuccino R3,00 meer as 'n koppie filter koffie kos, bereken hoeveel 'n koppie van elk?	
4.	Twee motoris reis vanaf Kaapstad na Port Elizabeth in verskillende voertuie. Die afstand afgelê is 720 km. Die een motoris ry 10km per uur vinniger en arriveer in Port Elizabeth een uur vroeër as die ander motoris. Teen watter spoed het die motoris gery wie stadiger gery het?	80 km per uur
5	Twee windmeule werk aanhoudend, en tesame kan dit 'n dam in 6 dae vol maak word. As hulle apart werk kan een windmeul 9 dae meer neem as die ander om die dam vol te maak. Bereken hoe lank dit vir elke windmeul sal neem om die dam vol te maak.	9dae en 18 dae

Konsolidasie/Samevatting

- 'n Goeie begrip van die nommer sisteem is baie belangrik in die oplos van **aard van die wortels** probleem.
- Die wortels van enige kwadratiese vergelyking $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$ kan gevind word deur die kwadratiese formule te gebruik. $\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$
- Die aard van die wortels van 'n kwadratiese vergelyking hang af van die diskriminant, $\Delta = b^2-4ac$
- Die enigste manier om self versekerd te wees in die oplos van word probleem is om gereeld verskillende voorbeelde te oefen.
- Oplos van probleem is 'n integrale deel van lewe en 'n baie waardevolle vaardigheid om te besit.

<u>**AKTIWITEIT**</u>	**Mind Action Series**	**Via Africa**	<u>**Siyavula**</u>	Wiskunde vir die klaskamer	Platinum
	Bl. 44 Oefening 10 Bl. 36 Oefening 8	Bl. 39 Oefening 11 Bl. 43 Oefening 14	Einde van hoofstuk aktiwiteit. Bl. 84 Oefening 10 Bl. 64 Oefening 10	Bl. 65 Oefening 2.17 en 2.18 Bl. 67 Oefening 2.18	Bl. 34 Oefening 7 Bl. 43 Oefening 13