



VAK EN GRAAD	WISKUNDE GR 11				
KWARTAAL 3	Week 1				
ONDERWERP	FUNKSIES – LES 1				
DOEL VAN DIE LES	INVLOED van p & HESIENING: Invloed van a en q , vorm, draaipunt en asimptoot.				
BRONNE	<i>Papiergebaseerde bronne</i>		<i>Digitale bronne</i>		
	Gebruik jou handboek en gaan na die hoofstuk wat handel oor Funksies.(bv.Siyavula bl. 148)		https://bit.ly/2xhOfjd https://learn.mindset.africa/resources/mathematics/grade-11/algebraic-functions/learn-xtra-live-2013/functions-ii		
INLEIDING	<ul style="list-style-type: none"> Wat leerders reeds in die vorige graad geleer het: 				
EXPONENSIËLE FUNKSIE					
Standaardvorm: $y = a b^x + q$; $b > 0$; $b \neq 1$					
Invloed van a				Invloed van q	
$a > 0$ & $b > 1$	$a < 0$ & $b > 1$	$a > 0$ & $0 < b < 1$	$a < 0$ & $0 < b < 1$	$q > 0$	$q < 0$
Asimptoot: $y = 0$ (horisontaal)	Asimptoot: $y = 0$ (horisontaal)	Asimptoot: $y = 0$ (horisontaal)	Asimptoot: $y = 0$ (horisontaal)	Asimptoot: $y = q$ (horisontaal)	Asimptoot: $y = q$ (horisontaal)

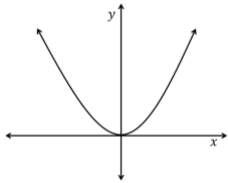


PARABOOL

Standaardvorm: $y = ax^2 + q$; $a \neq 0$

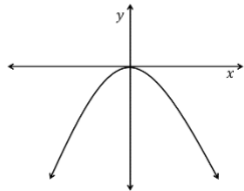
Invloed van a

• $a > 0$

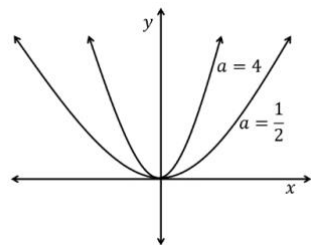


minimum waarde

• $a < 0$

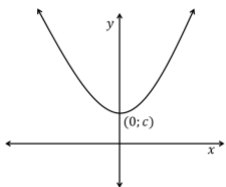


maksimum waarde

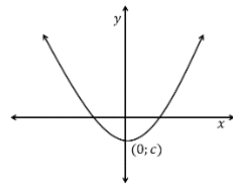


Invloed van q

• $q > 0$



• $q < 0$



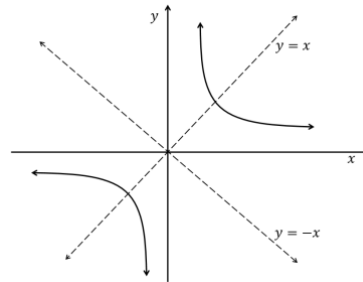
Simmetrie as: $x = 0$ ($y - as$)

HIPERBOOL

Standaardvorm: $y = \frac{a}{x} + q$; $x \neq 0$

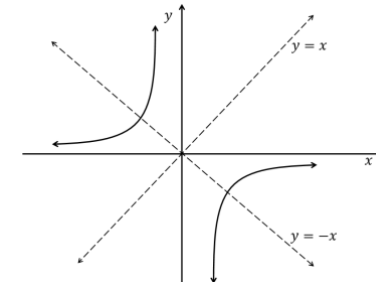
Invloed van a

• $a > 0$



Simmetrie as: $y = x$ en $y = -x$

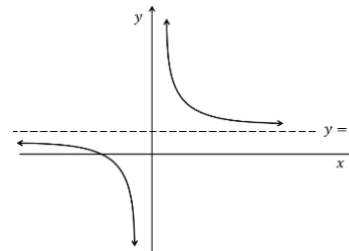
• $a < 0$



Simmetrie as: $y = x$ en $y = -x$

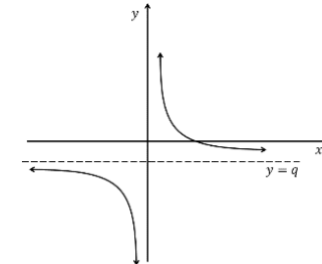
Invloed van q

• $q > 0$



Asimptoot: $y = q$ (*horisontaal*)
en $x = 0$ (*vertikaal*)

• $q < 0$



Asimptoot: $y = q$ (*horisontaal*)
en $x = 0$ (*vertikaal*)



KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

Ons gaan nou kyk na NUWE konsepte in GRAAD 11.

(1) PARABOOL

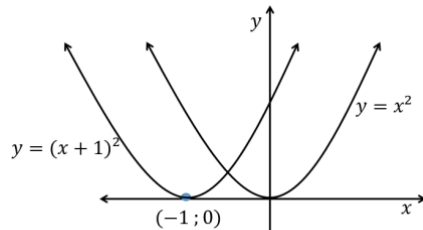
PARABOOL

Standaardvorm: $y = a(x + p)^2 + q$; $a \neq 0$

OPMERKING: Die simmetrie-as het ook van die y-as na die lyn $x = 1$ beweeg.

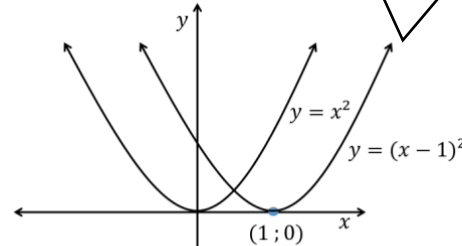
Invloed van p

• $p > 0$



Die grafiek skuif na **LINKS**.
Nuwe DRAAIPUNT: $(-1; 0)$

• $p < 0$



Die grafiek skuif na **REGS**.
Nuwe DRAAIPUNT: $(1; 0)$

Invloed van q

• $q > 0$

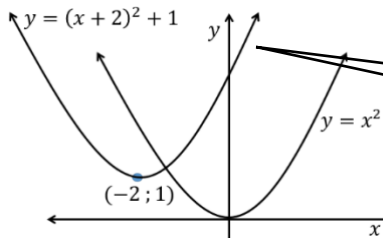
In GR 10 het ons geleer dat die grafiek **OP** sal skuif.

• $q < 0$

In GR 10 het ons geleer dat die grafiek **AF** sal skuif.

VOORBEELD 1

Gee die DRAAIPUNT van die grafiek $y = (x + 2)^2 + 1$

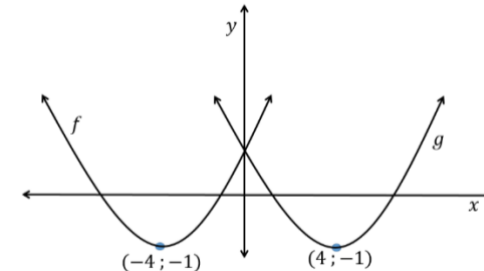


ANTWOORD: DP $(2; 1)$

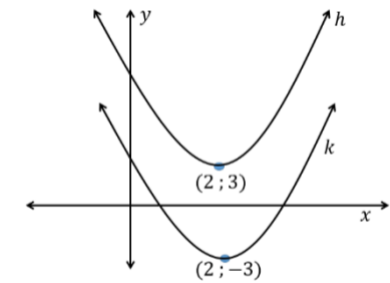
Die grafiek het
2 na LINKS and 1 OP

KAN JY?

- 1) Bepaal die draaipunt van $y = (x + 3)^2 - 2$
- 2) Watter grafiek hieronder (*f of g*) sal die volgende grafiek voorstel: $y = (x - 4)^2 - 1$



- 3) Watter grafiek hieronder (*h of k*) sal die volgende grafiek voorstel: $y = (x - 2)^2 - 3$



ANTWOORD:

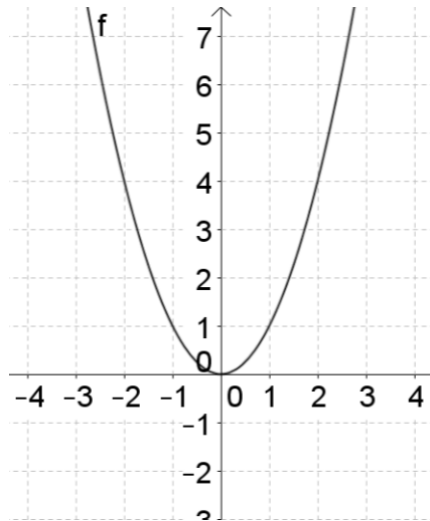
- 1) DP $(-3; -2)$
- 2) *g*
- 3) *k*

Algemene foute: Leerders besef dit nie dat $y = (x + 3)^2 - 2$ se DP sal wees: $(-3; -2) \rightarrow$ dus die x -koördinaat het die **TEENOORGESTELDE TEKEN** van die getal in die hakie.



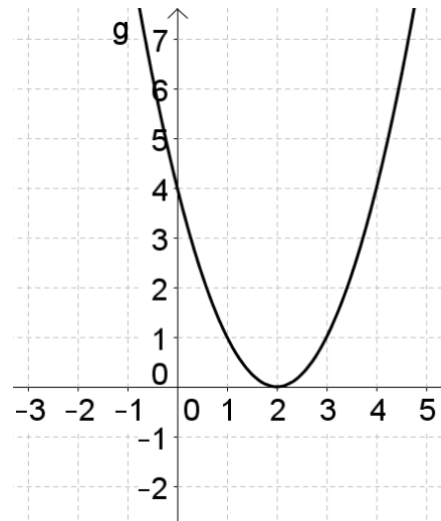
OPSOMMING: Invloed van p en q .

$$f(x) = x^2$$



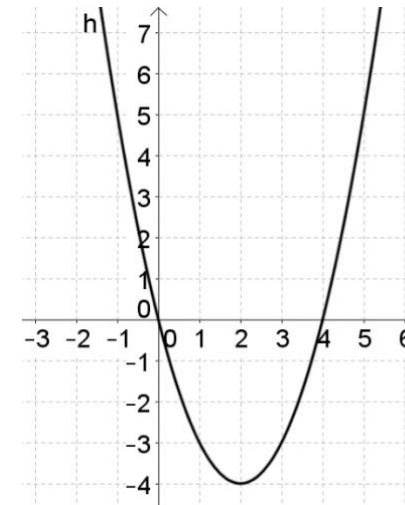
DRAAIPUNT: (0; 0)

$$g(x) = (x - 2)^2$$



DRAAIPUNT: (2; 0)
Skuif 2 eenhede na REGS.

$$h(x) = (x - 2)^2 - 4$$



DRAAIPUNT: (2; 4)
Skuif 2 eenhede na REGS en 4 eenhede AF.



KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

(2) HIPERBOOL

Standaardvorm: $y = \frac{a}{x+p} + q$; $x \neq -p$

Invloed van p

- $p < 0$ (Stel $p = -1$)

$f(x) = \frac{4}{x}$
 $g(x) = \frac{4}{x-1}$

- $p > 0$

Ons kan voorspel uit wat ons geleer het dat die grafiek na die **LINKS** sal beweeg as p positiewe is.

Invloed van q

Ons her in GR 10 geleer:

- $q > 0 \rightarrow$ grafiek skuif **OP**
- $q < 0 \rightarrow$ grafiek skuif **AF**

KAN JY?

4) Gegee $h(x) = \frac{4}{x-2}$ en $f(x) = \frac{4}{x}$

- Beskryf die translasië (skuif) vanaf f om die grafiek van h te kry.
 - Bepaal die koördinate van A' 'n punt op h as $A(-2; -2)$ 'n punt op f is.
 - Bepaal die vergelyking van die vertikale asimptoot van h .
 - Bepaal die vergelyking van die horisontale asimptoot van h .
- 5) Insien $f(x) = \frac{4}{x}$ bepaal die vergelyking van k as k die grafiek is nadat f 3 eenhede na links geskuif het.

Watter veranderinge kan ons vanaf die oorspronklike grafiek waarneem? $f \rightarrow$ na die nuwe g ?

- Die grafiek skuif een eenheid na **REGS**.
 $A(-2; -2) \rightarrow A'(-1; -2)$ 1 eenheid na regs
 $B(2; 2) \rightarrow B'(3; 2)$ 1 eenheid na regs
- Die vertikale asimptoot van f is the y -as, dit is die lyn $x = 0$.
Die vertikale asimptoot van die nuwe grafiek g is $x = 1$
Dus, die **VERTIKALE ASIMPTOOT** het OOK een eenheid na **REGS** geskuif.
- Die horisontale asimptoot het **NIE** verander nie, dit is steeds die x -as, dit is die lyn $y = 0$.

ANTWOORD:

- f transleer 2 eenhede na regs.
- $A'(0; -2)$
- $x = 2$
- $y = 0$
- $f(x) = \frac{4}{x-3}$

OPSOMMING

$$y = \frac{a}{x+p} + q$$

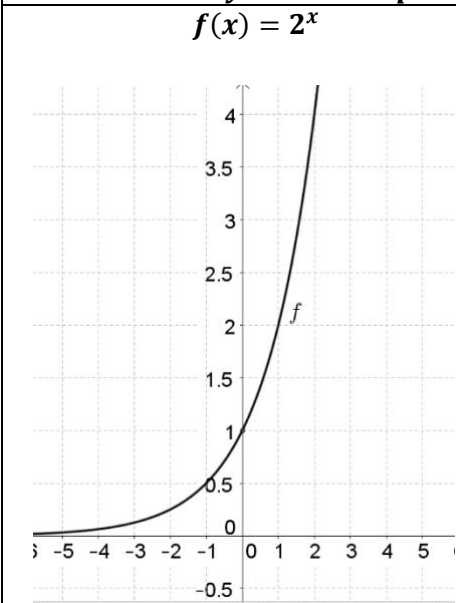
Vertical Asimptoot:
 $y = -p$

horizontal Asimptoot:
 $y = q$



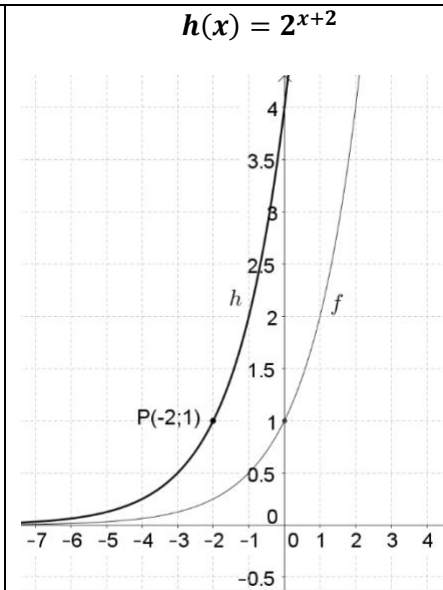
KONSEPTE EN VAARDIGHEDE
(3) EKSPONENTIËLE GRAFIEK.

Standaardvorm: $y = a^{x+p} + q$



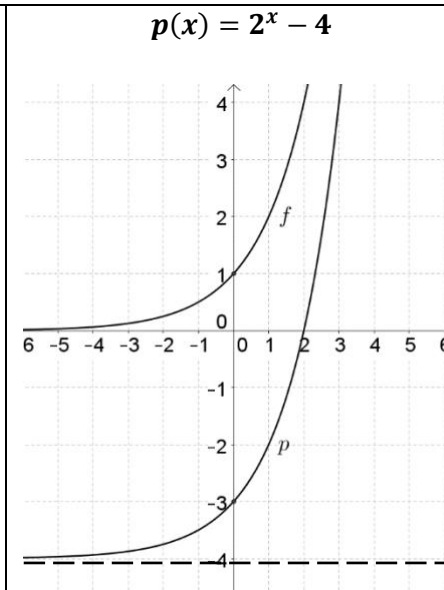
Asimptoot: $y = q$

Asimptoot van f : $y = 0$



$p > 0$ Grafiek skuif **REGS**
 $p < 0$ Grafiek skuif **LINKS**

Asimptoot van h : $y = 0$



$q > 0$ Grafiek skuif **OP**
 $q < 0$ Grafiek skuif **AF**

Asimptoot van p : $y = -4$

KAN JY?

6) Gegee $f(x) = 2^x$
Watter grafiek stel die grafiek voor nadat f 1 eenheid na links en 3 eenhede op geskuif het?

- A) $f(x) = 2^{x-1} + 3$
- B) $f(x) = 2^{x+1} + 3$
- C) $f(x) = 2^{x-1} - 3$
- D) $f(x) = 2^{x+1} - 3$

ANTWOORD: B

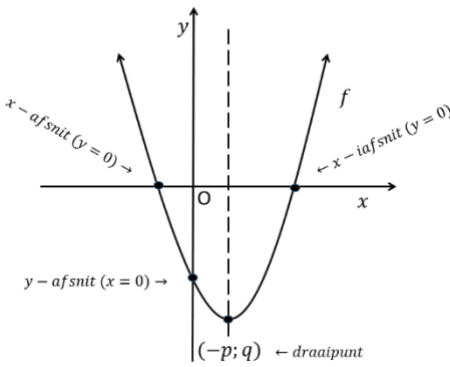
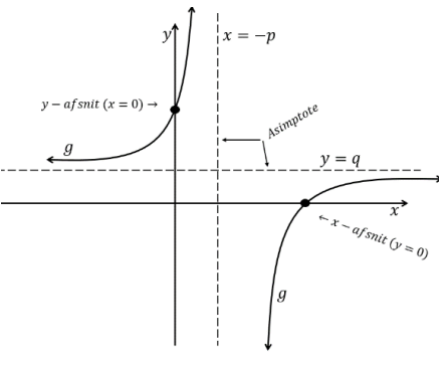
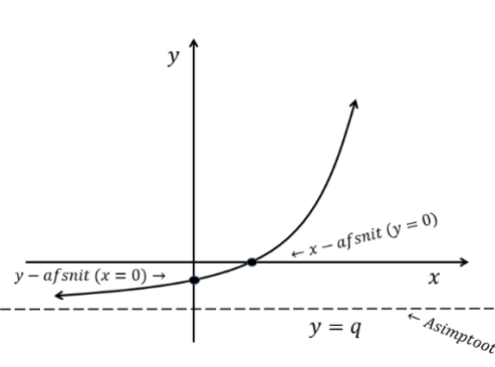

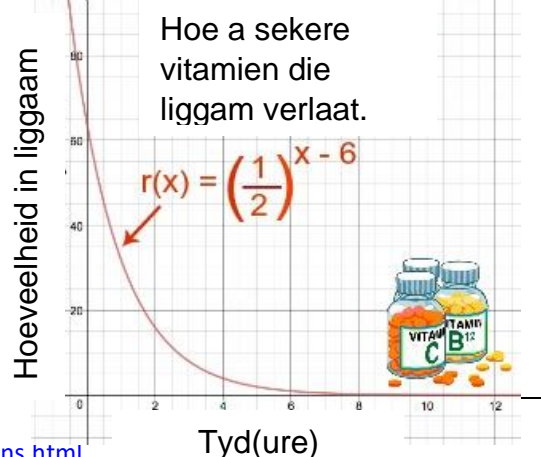
7) Gee die vergelyking van die asimptoot vir elk van die volgende grafieke:

- 7.1) $f(x) = 2^{x+1} - 3$
- 7.2) $g(x) = \frac{1}{2}^x + 4$
- 7.3) $f(x) = 2^{x-1} - 2$

ANSWER:

- 7.1) $y = -3$
- 7.2) $y = +4$
- 7.3) $y = -2$



AKTIWITEITE / ASSESSERING	<ul style="list-style-type: none"> VIA AFRICA Hoofstuk 5 p 52 – 56 V1 – 9 MIND ACTION SERIES Hoofstuk 5 p 83 – 114 Oefening 1 – 6 p 87 – 114 		
SAMEVATTING 1) Ons het geleer dat alle funksies 'n STANDAARDVORM het. 2) Vir al die funksies: <ul style="list-style-type: none"> p – waarde sal die grafiek LINKS ($p > 0$) en REGS ($p < 0$) skuif. q – waarde sal die grafiek OP ($q < 0$) en AF ($q < 0$) skuif. 	PARABOOL $y = a(x + p)^2 + q$ 	HIPERBOLA $y = \frac{a}{x+p} + q$ 	EXPONENSIEËLE $y = b \cdot a^{x+p} + q$ 
WAARDES	<i>Concepts/skills in real life scenarios</i>		
	 <p>$y = -0.00188(x - 251.5)^2 + 118$</p> <p>http://passyworldvanmathematics.com/sydney-harbour-bridge-mathematics/ https://study.com/academy/lesson/modeling-the-real-world-with-families-van-functions.html</p>  <p>Hoeveelheid in liggaam</p> <p>Tyd(ure)</p> <p>Hoe a sekere vitamien die liggam verlaat.</p> <p>$r(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-6}$</p>		