



| | | |
|---|---|--|
| Vak en Graad | Wiskunde : Graad 12 | |
| Kwartaal | 2 Week 1 | |
| Onderwerp | Trigonometriese Vergelykings – Algemene oplossing | |
| Doel van les | Op los van Trigonometriese vergelykings deur gebruik te maak van Saamgestelde hoeke en Dubbelhoeke | |
| Hulpbronne | Geskrewe Hulpbronne | Digitale Hulpbronne |
| | <p><i>Gaan na die Trigonometrie afdeling in u Wiskunde-handboek.</i></p> <p><i>Mind the Gap: Eenheid 10.10 Saamgestelde hoeke asook dubbelhoek identiteite Bladsy 215</i></p> <p><i>Siyavula:Bladsy 154; Hoofstuk 4.4</i></p> | <p>https://bit.ly/34oQwFb</p> <p>https://wcedportal.co.za/eresource/80191</p> <p>https://wcedportal.co.za/eresource/80176</p> |
| INLEIDING | | |
| <p>Hersiening van Graad 11 werk. (kom ons probeer)</p> <p>Los op vir x: Gegee $\sin x = 3 \cos x$ waar $x \in (-360^\circ; 360^\circ)$</p> <p>Oplossing:</p> $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3 \cos x}{\cos x} \quad \text{[Deel met } \cos x \text{ aan beide kante van vergelyking/soleer ratio]}$ $\tan x = 3 \quad \text{[Tan is positief – CAST diagram]}$ <p>Verwysings hoek: $x = 71,57^\circ$</p> <p>1st kwadrant: OF 3de kwadrant:</p> $x = 71,57^\circ + k \cdot 180^\circ \quad \text{of} \quad x = 180^\circ + 71,57^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in Z$ $\therefore x = 251,57^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in Z$ <p>$\therefore x = 71,57^\circ + k \cdot 180^\circ$</p> <p>Vir spesifieke oplossings: Kies verskillende waardes vir k om die oplossings te bepaal vir die spesifieke beperking.</p> <p><i>dan: $x = -288,43^\circ; -108,43^\circ; 71,47^\circ; 251,57^\circ$</i></p> | | |

Die basiese reëls is nog steeds van toepassing om n vergelyking op te los.

- Isoleer die verhouding (ratio)
- Gebruik identiteite om die vergelyking op te los
- Gebruik die CAST diagram om die verwysings hoek te bepaal
- Skryf die algemene oplossing neer
- Kies die korrekte waardes vir k , vir die gegewe trigonometriese verhouding

Let op dat vir die tan vergelyking, beide die oplossings dieselfde is. Dus vir tan: is die algemene oplossing slegs een vergelyking.

Slegs nodig as n beperking gegee word!



Belangrike inligting

Saamgestelde Hoeke

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta ; \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta ; \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Dubbelhoeke

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Begrippe en Vaardighede

Gebruik die kennis van saamgestelde hoeke en dubbelhoeke om die vergelykings op te los.

Voorbeeld 1 : Bepaal die algemene oplossing van:

$$\sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x = \cos 60^\circ \quad \leftarrow \text{[Saamgestelde reël aan LK]}$$

Oplossing:

$$\sin(2x + x) = \frac{1}{2}$$

Verwysings hoek: $x = 30^\circ$ [1st kwad] **OF** $180^\circ - 30^\circ$ [2 de kwad]

[CASTdiagram]

$$2x + x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{of} \quad 2x + x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$3x = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \quad \text{of} \quad 3x = 150^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$x = 10^\circ + k \cdot 120^\circ \quad \text{of} \quad x = 50^\circ + k \cdot 120^\circ; k \in Z$$

Kyk uit vir
Spesiale hoeke

Kan jy die volgende doen ?

- $\cos x = 2 \sin 75^\circ \cdot \cos 75^\circ$
- $\sin 2x = 1 - \cos 2x$
- $\cos 2x = \sin x + 1$

Oplossings:

- $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$ or $x = 300^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$
- $x = 0^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$
 $x = 45^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z;$
- $x = 0^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$
 $x = 270^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z;$

Voorbeeld 2: Bepaal die algemene oplossing van: $2 \sin 2x + 3 \sin x = 0$

Oplossing:

$$2 \sin 2x + 3 \sin x = 0 \quad \text{[Dubbel hoek- uitbreiding]}$$

$$2(2 \sin x \cdot \cos x) + 3 \sin x = 0 \quad \text{[verwyder die hakies]}$$

$$4 \sin x \cdot \cos x + 3 \sin x = 0 \quad \text{[faktoriseer – Gemene faktor]}$$

$$\sin x (4 \cos x + 3) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \text{of} \quad \cos x = -\frac{3}{4} \quad \text{[Wees versigtig met die teken]}$$

Verwysings hoek: $x = 0^\circ$ **OF** $x = 41.41^\circ$

1 St Kwadrant: [sin positief]
 $x = 0^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$

2 de Kwadrant: [sin positief]
 $x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$

2 de Kwadrant: [cos negatief]
 $x = 180^\circ - 41,41^\circ = 138,41^\circ$
 $x = 138,41^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$

3 de Kwadrant: [cos negatief]
 $x = 180^\circ + 41,41^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$

Probeer nou die volgende!

***Bepaal die algemene oplossing van:**

- $\cos 2x + 1 = \cos x$
- $\sin x - \sin 2x = 0$
- $\cos^2 x = 2 \sin x$

Oplossings:

- $x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ$ or $270^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$
 $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$ or $300^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$
- $x = 0^\circ + k \cdot 360^\circ$ or $180^\circ + 360^\circ; k \in Z$
 $x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ$ or $300^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$



$$x = 221,41^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

$$3. \quad x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ or } 270^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

$$x = 9,46^\circ + k \cdot 180^\circ; k \in Z$$

Voorbeeld 3: Bepaal die algemene oplossing van : $\cos 2x + \cos x = 0$

Oplossing:

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x - 1 + \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$(2 \cos x - 1)(\cos x + 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

of

$$\cos x = -1$$

Verwysings hoek: $x = 60^\circ$

OF

$$x = 180^\circ$$

1 st Kwadrant [cos, positief]

$$x = 60^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

2 de en 3 de Kwadrant [cos, negatief]

$$x = 180^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

4 de Kwadrant [cos, positief]

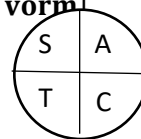
$$x = 360^\circ - 60^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

$$x = 300 + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

[Dubbelhoek- uitbreiding]

[$\cos^2 x$ – drie terme – standaard vorm]

[Faktoriseer]



Probeer nou die volgende !

***Bepaal die algemene oplossing van:**

$$1. \quad \cos 2x - 7 \cos x - 3 = 0$$

$$2. \quad \cos 2x + 4 \sin^2 x = 5 \sin x + 3$$

$$3. \quad 2 \sin^2 x + \sin x = 3$$

Oplossings:

$$1. \quad x = 120^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ or } x = 240^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

$$2. \quad x = 199^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ or } x = 340,53^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

$$3. \quad x = 90^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in Z$$

| | | | | | | |
|-----------------------|------------------------------|------------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------------|-------------------|
| Aktiwiteite/Oopdragte | Mind Action Series | Platinum | Wiskunde vir die Klakamer | Everything Mathematics | Clever | Via Afrika |
| | Oef: 7 & 8; bl: 129 & 131 | Oef: 5-7 bl: 97-100 | Oef: 5.9 bl: 129-130 | Oef: 4.4 bl: 160 | Oef: 6.4-6.5 bl: 129-130 | Oef. 5 bl: 127 |

| | |
|--------------------------|---|
| Samevatting/Konsolidasie | <ul style="list-style-type: none"> Dit is baie belangrik om te onthou dat die sin en cos funksies herhaal elke 360°, maar die tan funksie herhaal elke 180° Die CAST diagram speel 'n belangrike rol. Onthou dat die verwysings hoek altyd positief in die eerste kwadrant is. Gebruik die inligting om die ander hoeke te bepaal. Ignoreer die negatiewe teken as jy die verwysings hoek moet bepaal. Die teken sal aandui in watter kwadrante die oplossings is. CAST diagram. OEFEN! |
|--------------------------|---|