




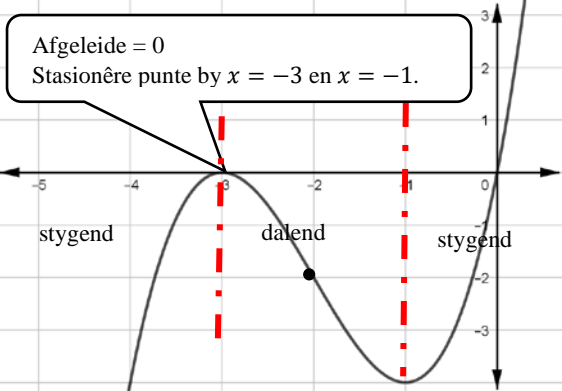
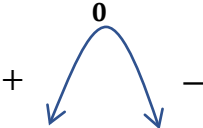
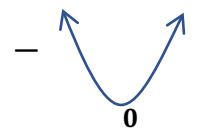
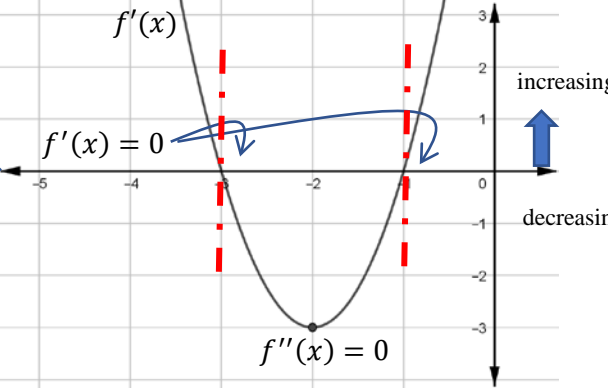
VAK en GRAAD	Wiskunde Graad 12	
KWARTAAL 2	Week 6	
ONDERWERP	Toepassing van Differentiaalrekening	
DOEL VAN LES	<ul style="list-style-type: none"> • Skets die afgeleide van 'n kubieke funksie • Bespreek die verband tussen 'n funksie en sy afgeleide. • Die tweede afgeleide 	
BRONNE	Papiergebaseerde bronne	Digitale bronne
	Gaan na die Differentiaalrekening afdeling in jou handboek. Mind Gap: Bladsy 139	https://youtu.be/dF_Plfynjuc , https://youtu.be/wx1H7m8VV98 https://youtu.be/XuEmwLfwLQM , https://youtu.be/vjoLsgziBT8 https://www.youtube.com/watch?v=DdCfufivnjI https://www.youtube.com/watch?v=Zq7g1nc2MJ8 https://www.youtube.com/watch?v=mamH094uw_U

INLEIDING

Hieronder is die grafiek van $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$. Die afgeleide van $f(x)$, $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$ is hieronder op die regterkant geteken:



 Hoe hou hierdie twee grafieke verband met mekaar?
Kyk veral na die stasionêre punte!

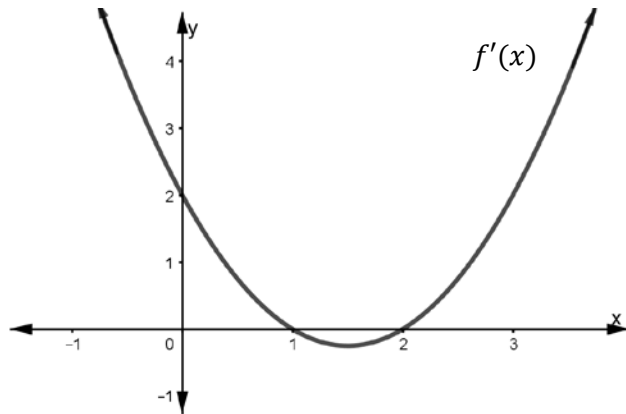
Die funksie $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$	Notas	Die afgeleide $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$
	<p>Lokale Maksimum:</p>  <p>Lokale Minimum:</p> 	
Lokale Maksimum by $x = -3$ Lokale Minimum by $x = -1$	Die afgeleide is positief aan die bokant van die x -as and en negatief onder die x -as.	Die infleksiepunt is op die simmetriese-as van die $f'(x)$ geleë. Dus is die x -koördinaat in die middel tussen die twee stasionêre punte.



KONSEPTE EN VAARDIGHEDE

Voorbeelde

- Die onderstaande skets stel die grafiek $y = ax^2 + bx + c$ die afgeleide van 'n funksie f voor, waar f 'n kubieke funksie is.



- Skryf die x – koördinate van die stasionêre punte neer.
- Dui aan of hierdie punte 'n lokale minimum of lokale maksimum is.
- Bepaal die x -koördinaat van die buigpunt.
- Vervolgens teken 'n rowwe skets van grafiek van $f(x)$.

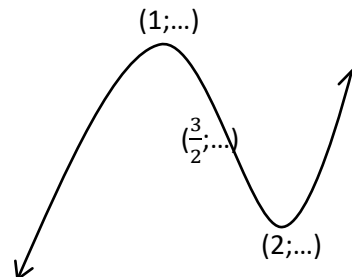
Oplossing:

- $f'(x) = 0$
 $x = 1$ en $x = 2$
- Lokale maksimum by $x = 1$ en lokale minimum by $x = 2$

- Infleksiepunt/buigpunt:

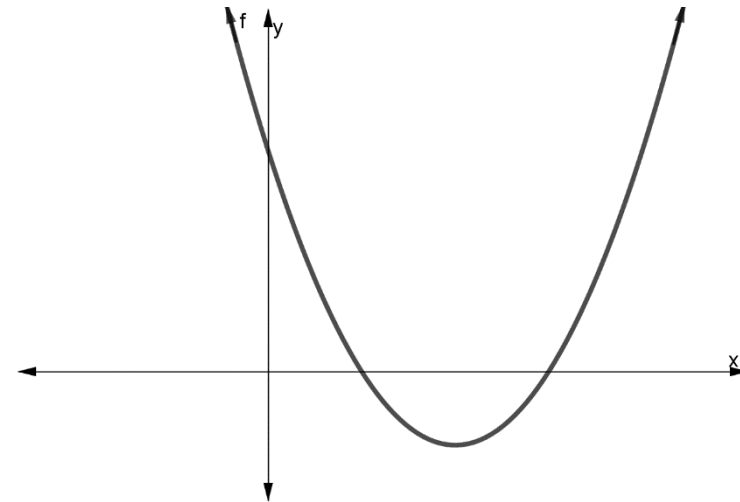
$x = \frac{3}{2}$

-



Kan jy?

- Die grafiek van $y = ax^2 + bx + c$ hieronder, stel die afgeleide van f voor. Dit word gegee dat $f'(1) = 0, f'(3) = 0$ en $f'(0) = 6$ is.



- Skryf die x –koördinate van die stasionêre punte van f neer.
- Vir watter waarde(s) van x is f slegs dalend?
- Verduidelik by watter waarde van x , sal die stasionêre punt van f 'n lokale minimum wees.
- Bepaal die x –loördinaat van die infleksiepunt van f .
- Vir watter waarde(s) van x sal f konkaf opwaarts wees?

Oplossing:

- $x = 1$ en $x = 3$
- $1 < x < 3$
- $x = 3$ lokale minimum
- $x = 2$
- $x > 2$



2. 'n Reghoek het 'n omtrek van 160 m. Bepaal die lengte en breedte van die reghoek om die maksimum moontlike oppervlakte te gee.

Omtrek van reghoek:

$$P = 2(l + b)$$

$$\text{Stel } l = x$$

$$x + b = 80$$

$$b = 80 - x$$

$$\text{Area} = l \times b$$

$$= x(80 - x)$$

$$A = -x^2 + 80x$$

$$\frac{dA}{dx} = -2x + 80$$

$$-2x + 80 = 0$$

$$-2x = -80$$

$$x = 40$$

$$l = 40 \text{ en } b = 80 - 40 = 40$$

b

x



- Begin met die gegewe informasie. [omtrek]
- Skryf informasie i.t.v een veranderlike
- Gebruik informasie om die vergelyking te vorm.

Vir maks area:

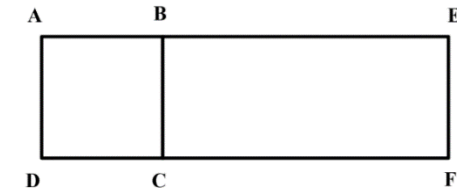
$$\frac{dA}{dx} = 0$$

Kan jy?

VRAAG 9 [Feb 2017]

'n Stuk draad wat 6 meter lank is, word in twee stukke gesny. Een stuk, x meter lank, word gebuig om 'n vierkant ABCD te vorm. Die ander stuk word in 'n U-vorm gebuig sodat 'n reghoek BEFC gevorm word wanneer dit reg langs die vierkant geplaas word, soos in die diagram hieronder aangedui.

Bereken die waarde van x waarvoor die som van die oppervlaktes wat deur die draad ingesluit word, 'n maksimum sal wees.



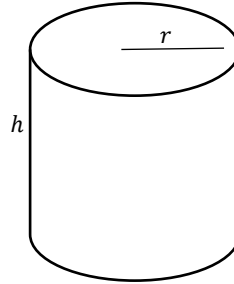
Antwoord:

$$\therefore x = 4$$



3. 'n Koeldrankblik het 'n volume van 340 cm^3 , 'n hoogte h cm en 'n radius van r cm.

- Druk h uit in terme van r
- Toon aan dat die oppervlak van die blik gegee word deur $A(r) = 2\pi r^2 + 680r^{-1}$.
- Bepaal die radius wat sal verseker dat die oppervlakte van die blik 'n minimum sal wees.



Oplossing:

(a) $\text{Volume} = \text{area of basis} \times h$

$$\pi r^2 h = 340$$

$$h = \frac{340}{\pi r^2}$$

(b) $\text{Oppervlakte area} = 2\pi r \times h + 2\pi r^2$
 $A = 2\pi r \times \frac{340}{\pi r^2} + 2\pi r^2$
 $= \frac{680}{r} + 2\pi r^2$

(c) Vir min Area :

$$\frac{dA}{dr} = 0$$

$$-680r^{-2} + 4\pi r = 0$$

$$4\pi r^3 = 680$$

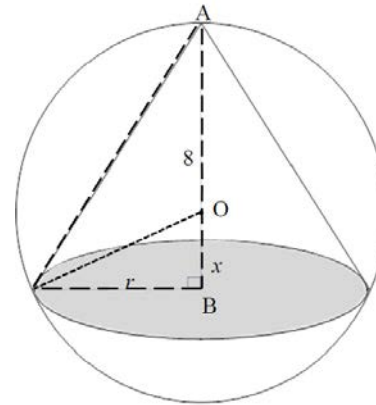
$$r^3 = \frac{680}{4\pi} = 54.11$$

$$r = 3.78$$

Kan jy?

VRAAG 9 [May/Junie 2019]

'n Keël met radius r cm en hoogte AB is in die sfeer met middelpunt O en 'n radius van 8 cm ingeskryf. $OB = x$.



$$\text{Volume van sfeer} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{Volume van keël} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

9.1 Bereken die volume van die sfeer. (1)

9.2 Dui aan dat $r^2 = 64 - x^2$. (1)

9.3 Bepaal die verhouding tussen die grootste volume van hierdie keël en die volume van die sfeer. (7) [9]

Oplossing:

9.1 $\text{Volume} = \frac{2048\pi}{3} = 2144.66$

9.2 $r^2 + x^2 = 64$

9.3 Maks volume van keel: Volume van sfeer

$$\frac{\text{Vol keel}}{\text{Vol sfeer}} = \frac{\frac{\pi}{3} \left(\frac{512}{9}\right) \left(\frac{32}{3}\right)}{\frac{2048\pi}{3}} = \frac{8}{27}$$

AKTIWITEITE/ ASSESSERING	Mind Action Series	Platinum	Klaskamer Wiskunde	Via Africa
	Oef: 10-12;	Oef: 14;	Oef: 9.4;	Oef: 13

KONSOLIDASIE	<ul style="list-style-type: none"> Onthou om met die gegewe inligting te begin Die formule of uitdrukking moet slegs een veranderlike bevat. Ons moet onderskei met die veranderlike. Vir maksimum of minimum, moet jy die vergelyking, afgeleide = 0, oplos.
--------------	--